平成28年度　統一テスト

（理数基礎学力到達度テスト）

＜問題冊子＞

大問１（数学①）　大問２（数学②）　大問３（数学③）
大問４（物理学①）　大問５（物理学②）
大問６（化学①）　大問７（化学②）　大問８（化学③）

試験時間　13:30～16:00

＊解答開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません＊

【問題を選択する際の注意】

１．以下の問題選択ルールに従い，大問８問のうち５問に解答すること．

a) 大問１（数学①）は全員必ず解答すること．

b) 数学、物理学、化学の３科目からそれぞれ１問は解答すること．

c) 化学を３問とも選択することはできない．

２．したがって，解答パターンは下記の４つのみとなる．

数学３問－物理学１問－化学１問

数学２問－物理学２問－化学１問

数学２問－物理学１問－化学２問

数学１問－物理学２問－化学２問

【解答する際の注意】

１．大問１問につき解答用紙１枚（裏面もあり）を用いること．

２．マーク式解答と記述式解答の混合なので注意すること（マーク式のみの大問もあり）．

３．解答の仕方に特に指示が無い場合は，問題文の $\boxed{\text{A1}}$，$\boxed{\text{A2}}$，・・・にあてはまるものを該当する解答群（選択肢）から選び，選択肢の番号①，②・・・で答えること．同じ選択肢が複数回あてはまることもある．

４．問題に関する質問は，汚損で読めない等以外は原則認めない．

東北大学　工学部

大問１（数学①）

水耕栽培のために，固体肥料を水に溶解させた肥料液を循環させて植物に与える．肥料液を作りながら植物に与えるために，図 1-1 のような供給・循環システムを組んだ．水槽 A, B には，容量いっぱいに液が入っており，初期濃度は m_{A0}，m_{B0} である．水槽 F には，純水が容量いっぱいに入っており，循環開始と同時に十分な量の固体肥料を投入し，溶解させて新しい肥料液を作る．循環により，肥料液の混合や植物への供給がされるが，各々の水槽の液量が常に保たれるように，運転が行われているとする．

流体が単位時間あたりに移動する量（体積や質量）を流量といい，体積を用いる場合は体積流量という．図 1-1 のシステムにおいて，水槽 F から流出して水槽 A へ流入する体積流量は Q_F，水槽 A から流出して水槽 B へ流入する体積流量は Q_A，水槽 B から植物の水槽へと流出する体積流量は Q_B，植物が肥料液を吸う体積流量は Q_P である．また，水槽 F において，固体肥料の溶解速度（単位時間あたりの濃度の増加）は，肥料濃度 m_F と飽和濃度 m_{sat} との差に比例するとし，比例定数（水に対する肥料の溶解速度定数）を $k\ (>0)$ とする．なお，容量の単位を L，体積流量の単位を $\mathrm{L\,min^{-1}}$，濃度の単位を $\mathrm{g\,L^{-1}}$，時間の単位を min，溶解速度定数の単位を $\mathrm{min^{-1}}$ とする．

循環開始時から時間 t が経過したときの，水槽 A, B, F 内の肥料液の肥料濃度 $m_A(t)$，$m_B(t)$，$m_F(t)$ に関する以下の各問に答えなさい．ただし，各水槽内は攪拌によって常に濃度分布が一様であると仮定する．

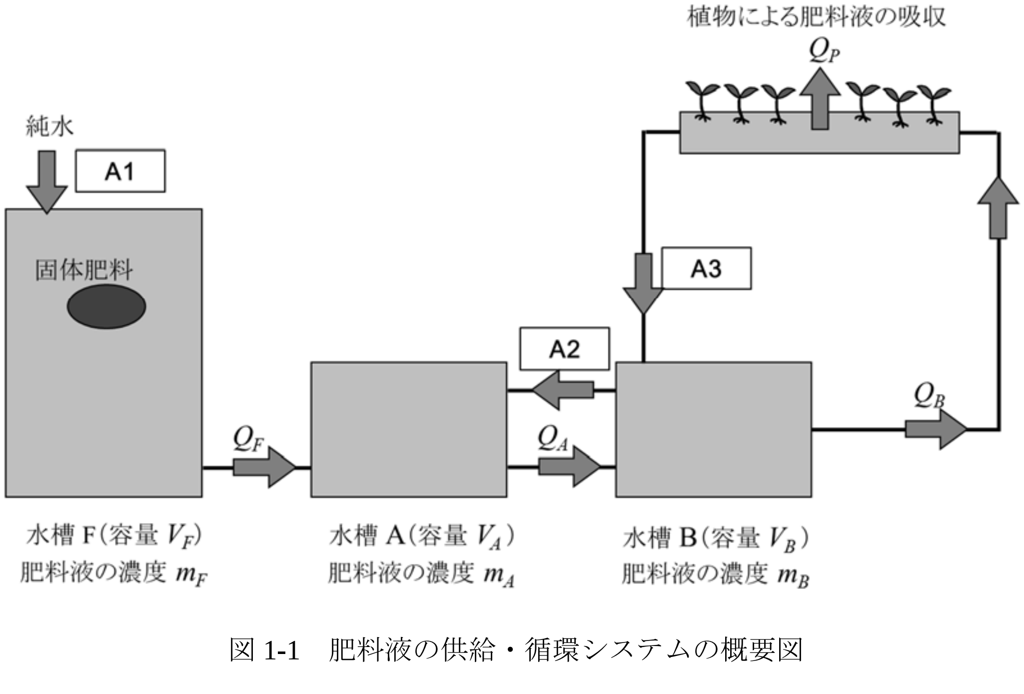


図 1-1　肥料液の供給・循環システムの概要図

以下，時間の関数の微分については，例えば，関数 m であれば，1 階微分を $\frac{dm}{dt}$ または m'，2 階微分を $\frac{d^2m}{dt^2}$ または m'' と表記する．

1. 水槽 A, B, F の各々において，液中に溶解している肥料の量に関する方程式を立てる．「液中に溶解している肥料の量の時間変化」＝「流入する肥料の量」－「流出する肥料の量」＋「溶け出す肥料の量」と考えればよい．よって，図 1-1 中の $\boxed{\text{A1}}$, $\boxed{\text{A2}}$, $\boxed{\text{A3}}$ を含む，各箇所での体積流量を考えると，各水槽について次式が成り立つ．なお，題意より，$Q_F = \boxed{\text{A4}}$ であることがわかる．

水槽 F： $$\frac{d(V_F m_F)}{dt} = -\boxed{\text{A5}} + \boxed{\text{A6}} \tag{1-1}$$

水槽 A： $$\frac{d(V_A m_A)}{dt} = m_F Q_F + m_B(Q_A - Q_P) - m_A Q_A \tag{1-2}$$

水槽 B： $$\frac{d(V_B m_B)}{dt} = m_A Q_A + m_B(Q_B - Q_P) - m_B Q_B - m_B(Q_A - Q_P) \tag{1-3}$$

① $V_F m_F$	② $V_A m_A$	③ $V_B m_B$	④ $m_F Q_F$	⑤ $m_A Q_A$
⑥ $m_B Q_B$	⑦ $m_B(Q_A - Q_P)$	⑧ $m_B(Q_B - Q_P)$	⑨ $m_B(Q_A - Q_B)$	⑩ $m_A(Q_P - Q_F)$
⑪ Q_A	⑫ Q_B	⑬ Q_P	⑭ $Q_A - Q_P$	⑮ $Q_B - Q_P$
⑯ $Q_A - Q_B$	⑰ $Q_P - Q_F$	⑱ $V_F k(m_{sat} - m_A)$	⑲ $V_F k(m_{sat} - m_B)$	⑳ $V_F k(m_{sat} - m_F)$

水槽 F については，水槽 A に肥料液を供給する一方で純水が補給されるものの，水槽 F の肥料濃度が水槽 A と B の肥料濃度に影響されることはない．よって，これらの式は，水槽 F に関する独立の 1 階微分方程式と，水槽 A と水槽 B に関する連立 1 階微分方程式である．したがって，まず，水槽 F の微分方程式を解き，その解を用いて，水槽 A と水槽 B の連立微分方程式を解けばよい．

水槽 F の微分方程式(1-1)を解く．計算を簡単にするために，以降では，「水槽 F の容量が十分に大きいため、水槽 F の肥料濃度は流出の影響を受けない」と仮定する．したがって，式(1-1)の流出項を無視することができ，初期条件 $m_F(0) = 0$ を満たす解は次式のように求められる．

$$m_F = m_{sat}(1 - e^{-kt}) \tag{1-4}$$

この式を用いて，水槽 A と B の連立微分方程式(1-2), (1-3)を解く．

2. 水槽 A, B の連立微分方程式(1-2), (1-3)を，下記のように具体的な数値が与えられた場合について解く．

水槽の容量：$V_A = 20$ L，$V_B = 20$ L，$V_F = 1000$ L

体積流量：$Q_A = 1.6$ L min^{-1}，$Q_B = 1.4$ L min^{-1}，$Q_P = 1.2$ L min^{-1}

水槽内の肥料液の初期濃度：$m_{A0} = 1$ g L^{-1}，$m_{B0} = 4$ g L^{-1}

水に対する肥料の溶解速度定数と飽和濃度：$k = 0.02$ min^{-1}，$m_{sat} = 8$ g L^{-1}

(1) 水槽 A と B の連立微分方程式を，行列の対角化を利用して，2 つの独立した微分方程式にする．

水槽 A, B の連立微分方程式は次式のようになる．

水槽 A：$\dfrac{dm_A}{dt} = -0.08m_A + 0.02m_B + 0.06m_F$

水槽 B：$\dfrac{dm_B}{dt} = 0.08m_A - 0.08m_B$

この連立微分方程式は，列ベクトルと行列を用いて，次のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} m'_A \\ m'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.08 & 0.02 \\ 0.08 & -0.08 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_A \\ m_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.06m_F \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{(1-5)}$$

行列 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0.08 & 0.02 \\ 0.08 & -0.08 \end{bmatrix}$ の固有値 λ と固有ベクトル $\boldsymbol{x}$ を求める．行列 $\boldsymbol{A}$ の固有方程式より，固有値は，$\lambda_1 = \boxed{\text{A7}}$，$\lambda_2 = \boxed{\text{A8}}$ （$\lambda_1 \geq \lambda_2$）である．よって，

固有値 $\lambda_1 = \boxed{\text{A7}}$ に対応する固有ベクトルは，例えば $\boldsymbol{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \boxed{\text{A9}} \end{bmatrix}$ であり，

固有値 $\lambda_2 = \boxed{\text{A8}}$ に対応する固有ベクトルは，例えば $\boldsymbol{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \boxed{\text{AX}} \end{bmatrix}$ である．

ここで，これらの固有ベクトル $\boldsymbol{x}$ を列ベクトルとする行列 $\boldsymbol{X}$ をつくると，その逆行列は，$\boldsymbol{X}^{-1} = \dfrac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ となる．したがって，行列 $\boldsymbol{X}$ を変換行列として，行列 $\boldsymbol{A}$ を対角化することができ，$\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boxed{\text{B1}} & \boxed{\text{B3}} \\ \boxed{\text{B2}} & \boxed{\text{B4}} \end{bmatrix}$ を得る．

① −0.02	② −0.04	③ −0.06	④ −0.08
⑤ −0.10	⑥ −0.12	⑦ −0.14	⑧ −0.16
⑨ 1	⑩ 2	⑪ 3	⑫ 4
⑬ −1	⑭ −2	⑮ −3	⑯ −4
⑰ 0			

ここで，未知関数の列ベクトル$\begin{bmatrix} m_A \\ m_B \end{bmatrix}$を，別の未知関数の列ベクトル$\begin{bmatrix} z_A \\ z_B \end{bmatrix}$が行列 $\boldsymbol{X}$ により変換されたものと考えると，$\begin{bmatrix} m_A \\ m_B \end{bmatrix} = \boldsymbol{X} \begin{bmatrix} z_A \\ z_B \end{bmatrix}$となり，また，$\begin{bmatrix} m'_A \\ m'_B \end{bmatrix} = \boldsymbol{X} \begin{bmatrix} z'_A \\ z'_B \end{bmatrix}$である．したがって，式(1-5)を考慮すると，次式を得る．

$$\begin{bmatrix} z'_A \\ z'_B \end{bmatrix} = \boxed{\text{B5}} \begin{bmatrix} z_A \\ z_B \end{bmatrix} + \boxed{\text{B6}} \begin{bmatrix} 0.06 m_F \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}6)$$

式(1-4) を考慮して式(1-6)を書き直すと，次式を得る．

$$\frac{dz_A}{dt} = -0.04 z_A + 0.24(1 - e^{-0.02t}) \qquad (1\text{-}7)$$

$$\frac{dz_B}{dt} = -0.12 z_B + 0.24(1 - e^{-0.02t}) \qquad (1\text{-}8)$$

これらの式を見るとわかるように，対角化を利用することにより，2 つの未知関数の連立微分方程式を 2 つの独立した微分方程式にできる．

① $\boldsymbol{A}$	② $\boldsymbol{X}$	③ $\boldsymbol{A}^{-1}$	④ $\boldsymbol{X}^{-1}$
⑤ $\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{-1}$	⑥ $\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{-1}$	⑦ $\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}$	⑧ $\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}$
⑨ $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}$	⑩ $\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{A}$	⑪ $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}$	⑫ $\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}$

(2) 非斉次微分方程式である式(1-7)と式(1-8)を，各々，定数変化法で解く．

まず，式(1-8)を解くプロセスを考える．

式(1-8)について，$\dfrac{dz_B}{dt}+0.12z_B=$ $\boxed{\text{B7}}$ として斉次解を求め，$z_B=c_{2B}e^{-0.12t}$ を得る．定数 c_{2B} を改めて t の関数として考え，斉次解の式の両辺を t で微分する．

$$\frac{dc_{2B}}{dt}=(\ \boxed{\text{B8}}\ +\ \boxed{\text{B9}}\ \boxed{\text{BX}}\ )e^{0.12t}$$

これは，式(1-8)より，$\dfrac{dc_{2B}}{dt}=$ $\boxed{\text{C1}}\{1-\exp(-\boxed{\text{C2}}\ t)\}e^{0.12t}$ と整理できる．

これより，c_{2B} を t の関数として求めることができ，さらに z_B を得る．同様にして式(1-7)を解くと z_A を得る．ただし，z_A と z_B における積分定数を，各々 c_{3A} と c_{3B} とする．

$$z_A=c_{3A}e^{-0.04t}-12e^{-0.02t}+6$$

$$z_B=c_{3B}e^{-0.12t}-\boxed{\text{C3}}e^{-0.02t}+\boxed{\text{C4}}$$

これらを，$\begin{bmatrix} m_A \\ m_B \end{bmatrix}=\boldsymbol{X}\begin{bmatrix} z_A \\ z_B \end{bmatrix}$ に代入し，初期条件 $m_A(0)=m_{A0}=1$，$m_B(0)=m_{B0}=4$ より，積分定数 c_{3A} と c_{3B} を得られるので，水槽 A と B の濃度を時間の関数として次のように得る．

$$m_A=7.5e^{-0.04t}-0.1e^{-0.12t}-14.4e^{-0.02t}+8$$

$$m_B=15e^{-0.04t}+0.2e^{-0.12t}-19.2e^{-0.02t}+8$$

① 0.02	② 0.04	③ 0.06	④ 0.12	⑤ 0.24
⑥ 0.2	⑦ 0.4	⑧ 0.6	⑨ 1.2	⑩ 2.4
⑪ 2	⑫ 4	⑬ 6	⑭ 12	⑮ 24
⑯ 0	⑰ z_B	⑱ $\dfrac{dz_B}{dt}$	⑲ $\dfrac{d^2z_B}{dt^2}$	⑳ t

3. 問 2 で得られた，各水槽の濃度の関数について，そのグラフの概形を調べて描く．

問 2 より，各水槽の濃度は次式で与えられる．

水槽 F： $m_F = 8(1 - e^{-0.02t})$ (1-9)

水槽 A： $m_A = 7.5e^{-0.04t} - 0.1e^{-0.12t} - 14.4e^{-0.02t} + 8$ (1-10)

水槽 B： $m_B = 15e^{-0.04t} + 0.2e^{-0.12t} - 19.2e^{-0.02t} + 8$ (1-11)

水槽 A と B の濃度の関数の 1 次導関数と 2 次導関数を求める．

$m'_A = 0.3e^{-0.02t}(-e^{-0.02t} + 0.04e^{-0.10t} + 0.96)$ (1-12)

$m'_B = 0.6e^{-0.02t}(-e^{-0.02t} - 0.04e^{-0.10t} + 0.64)$ (1-13)

$m''_A = 0.012e^{-0.02t}(e^{-0.02t} - 0.12e^{-0.10t} - 0.48)$ (1-14)

$m''_B = 0.024e^{-0.02t}(e^{-0.02t} + 0.12e^{-0.10t} - 0.32)$ (1-15)

以下の手順で、各々のグラフの概形を調べる．ここでは，水槽 B についてのみ調べるが，水槽 A についても同じように調べることができる．なお，厳密に言うと，式(1-9)～(1-11)は $t \geq 0$（循環開始以降）で定義される関数であるため， $t = 0$ において微分不可能であるが，ここでは， $t = 0$ における導関数の右側極限値を $t = 0$ における微分係数として用いてよいとする．

(1) 循環開始直後，関数 m_B の導関数がどのような値をとるか調べる．

$m'_B(0)$ $\boxed{\text{C5}}$ 0 より，循環開始直後では m_B は $\boxed{\text{C6}}$ ことがわかる．

$m''_B(0)$ $\boxed{\text{C7}}$ 0 より，循環開始直後の m_B のグラフは $\boxed{\text{C8}}$ ことがわかる．

① =	② <	③ >
④ 増加方向に進む	⑤ 減少方向に進む	⑥ 極値を持つ
⑦ 上に凸である	⑧ 上に凸と下に凸が切り替わる	⑨ 下に凸である

(2) 関数 m_B の導関数が 0 となる t を調べる．式(1-13)と式(1-15)において，括弧内が 0 となる t を求めたいが，1 つだけ指数関数を含むように因数分解できないため，簡単には求められない．そこで，$e^{-0.02t}$ の項と $e^{-0.10t}$ の項がどのような挙動をするかを考えることにより，導関数が 0 となる t を見積もる．

参考：指数関数および対数関数の値（概数）

$e^{-1}=0.4$，$e^{-0.1}=0.9$，$\log_e 2=0.7$，$\log_e 3=1.1$，$\log_e 5=1.6$，$\log_e 7=1.9$．

(i) 図 1-2 は，いくつかの指数関数 e^{at}（a は定数）のグラフを表している．これらの曲線①～⑥のうち，$e^{-0.02t}$ は曲線 $\boxed{\text{C9}}$ ，$e^{-0.10t}$ は曲線 $\boxed{\text{CX}}$ で表される．

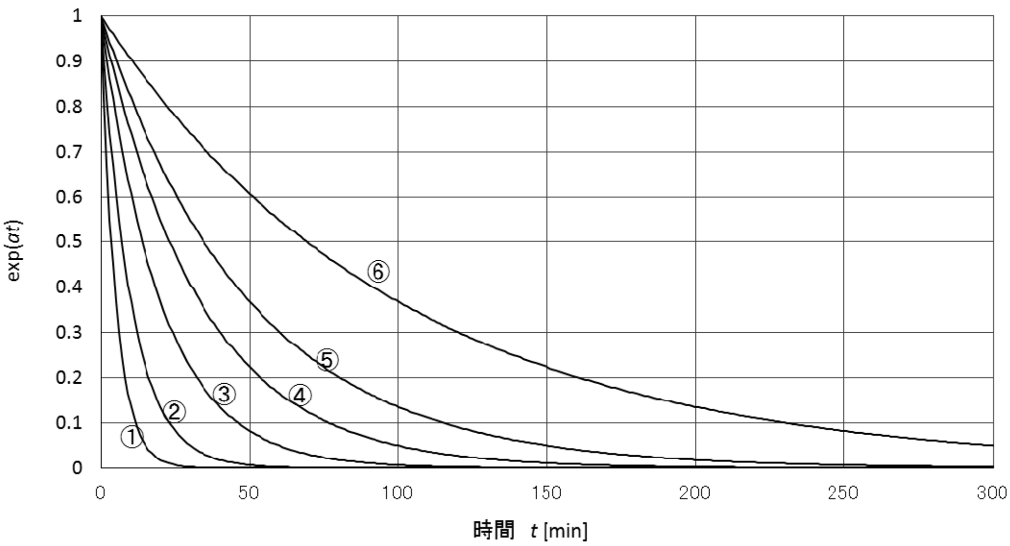


図 1-2　指数関数 e^{at} の時間変化のグラフ

(ii) 指数関数の減少の度合いと指数関数項の係数の大小を考えると，$\boxed{\text{D1}}$ の項に比べて $\boxed{\text{D2}}$ の項は無視しても支障がないと判断できる．したがって，式(1-13)と式(1-15)が 0 となる時間を見積もることができ，次のことがわかる．

m_B は，循環を開始してから $\boxed{\text{D3}}$ 分頃に $\boxed{\text{D4}}$ ．また，循環を開始してから 60 分頃にグラフの凸の向きが変わる $\boxed{\text{D5}}$ ．

① $e^{-0.02t}$	② $e^{-0.04t}$	③ $e^{-0.10t}$	④ $e^{-0.12t}$
⑤ 0	⑥ 10	⑦ 20	⑧ 30
⑨ 40	⑩ 50	⑪ 60	⑫ 70
⑬ 80	⑭ 90	⑮ 100	⑯ 極小値をとる
⑰ 極大値をとる	⑱ 鞍点を通る	⑲ 変曲点を通る	⑳ 特異点を通る

(3) 小問(1)(2)をもとに，各水槽の濃度 m_A, m_B, m_F のグラフの概形を描く．図 1-3 は, m_A と m_F のグラフである．解答用紙裏面の記述欄 1 に，図 1-3 のグラフが印刷されているので、同じ図上に m_B のグラフの概形を描きなさい.

参考：指数関数の値（概数）

$$e^{-0.2}=0.8\,,\quad e^{-0.4}=0.7\,,\quad e^{-0.8}=0.5\,,\quad e^{-1.0}=0.4\,,\quad e^{-1.2}=0.3\,,\quad e^{-1.6}=0.2\,.$$

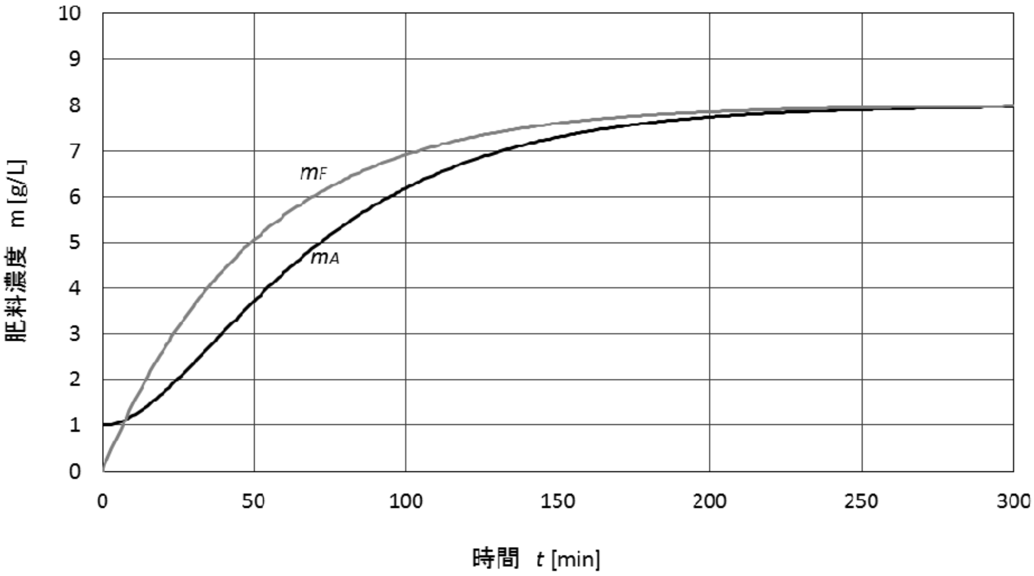


図 1-3　水槽 A, F の肥料濃度の時間変化

大問2（数学 ②）

次の各問に答えなさい.

1. 連立１次方程式を　$A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$，$A=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & \alpha & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ とする.

ただし, α はある実数とする. また, 行列 A の次数を $n(=3)$, 階数を rank A, 拡大係数行列の階数を rank $[A\,|\boldsymbol{b}]$ で表すものとする.

(1) $\alpha =$ **A1** のときは rank $[A\,|\boldsymbol{b}]$ **A2** rank A **A3** n となり自由度が **A4** であるので, $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ は無数の解をもつ.

(2) $\alpha \neq$ **A5** のときは rank $[A\,|\boldsymbol{b}]$ **A6** rank A **A7** n であるので, $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ はただ１つの解をもち, $x =$ **A8**, $y =$ **A9**, $z =$ **AX** と求められる.

A1　A4　A5　A8　A9　AX の解答群

① −6	② −5	③ −4	④ −3	⑤ −2	⑥ −1
⑦ 0	⑧ 1	⑨ 2	⑩ 3	⑪ 4	⑫ 5

A2　A3　A6　A7 の解答群

① $=$	② $\simeq$	③ $\neq$	④ $<$	⑤ $>$	⑥ $\in$

2. 実数βを 2 成分に含む行列を $B=\begin{bmatrix} 2 & 0 & \beta \\ 0 & \beta & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ とすると, B が正則となるためには

$\beta \neq$ **B1** かつ $\beta \neq$ **B2** でなければならない. ここで, $\beta=1$ のときの余因子行列を

計算すると $\tilde{B}=\begin{bmatrix} \boxed{\textbf{B3}} & \boxed{\textbf{B4}} & \boxed{\textbf{B5}} \\ \boxed{\textbf{B6}} & \boxed{\textbf{B7}} & \boxed{\textbf{B8}} \\ \boxed{\textbf{B9}} & -4 & \boxed{\textbf{BX}} \end{bmatrix}$ となるので, B の逆行列は

$B^{-1}=\boxed{\textbf{C1}}\begin{bmatrix} \boxed{\text{B3}} & \boxed{\text{B4}} & \boxed{\text{B5}} \\ \boxed{\text{B6}} & \boxed{\text{B7}} & \boxed{\text{B8}} \\ \boxed{\text{B9}} & -4 & \boxed{\text{BX}} \end{bmatrix}$ である. これを用いて連立 1 次方程式

$B\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ を解くと, $x=\boxed{\textbf{C2}}$, $y=\boxed{\textbf{C3}}$, $z=\boxed{\textbf{C4}}$ と求められる.

B1 ～ C4 の解答群

① -6	② -5	③ -4	④ -3	⑤ -2	⑥ -1
⑦ $-\frac{3}{4}$	⑧ $-\frac{1}{2}$	⑨ $-\frac{1}{3}$	⑩ 0	⑪ $\frac{1}{4}$	⑫ $\frac{1}{3}$
⑬ $\frac{1}{2}$	⑭ 1	⑮ $\frac{3}{2}$	⑯ 2	⑰ 3	⑱ 4
⑲ 5	⑳ 6				

3. $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x - y + z \\ 2x + y - z \end{bmatrix}$ で与えられる線形写像 $f : \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^2$ の次の基底に関する表現行列 P を以下の手順で求めなさい.

$\boldsymbol{R}^3$ の基底 $\left\{\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right\}$,

$\boldsymbol{R}^2$ の基底 $\left\{\boldsymbol{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\right\}$.

まず, 標準基底に関する f の行列 A は,

$$\boxed{\textbf{C5}}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - y + z \\ 2x + y - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\textbf{C6}} & \boxed{\textbf{C7}} & \boxed{\textbf{C8}} \\ \boxed{\textbf{C9}} & \boxed{\textbf{CX}} & \boxed{\textbf{D1}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$ より

$$A = \begin{bmatrix} \boxed{\textbf{D2}} & \boxed{\textbf{D3}} & \boxed{\textbf{D4}} \\ \boxed{\textbf{D5}} & \boxed{\textbf{D6}} & \boxed{\textbf{D7}} \end{bmatrix}$$ となる.

ここで, 表現行列の定義は $A[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3] = [\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2]P$ である. ただし, $[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]$ は $\boldsymbol{a}_1$ を第 1 列, $\boldsymbol{a}_2$ を第 2 列, $\boldsymbol{a}_3$ を第 3 列とした行列であり, $[\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2]$ も同様である.

したがって, $P = \boxed{\textbf{D8}}\,\boxed{\textbf{D9}}\,\boxed{\textbf{DX}} = \begin{bmatrix} \boxed{\textbf{E1}} & \boxed{\textbf{E2}} & -2 \\ -3 & \boxed{\textbf{E3}} & \boxed{\textbf{E4}} \end{bmatrix}$ と求められる.

$\boxed{\text{C5}}$ および $\boxed{\text{D8}}$ $\boxed{\text{D9}}$ $\boxed{\text{DX}}$ の解答群

① f	② A	③ $\lvert A \rvert$	④ $\tilde{A}$	⑤ A^{-1}	⑥ P
⑦ $\lvert P \rvert$	⑧ $\tilde{P}$	⑨ P^{-1}	⑩ $P^{-1}AP$	⑪ $[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]$	
⑫ $[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]^{-1}$	⑬ $[\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2]$	⑭ $[\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2]^{-1}$	⑮ $[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3\ \boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2]$		

$\boxed{\text{C6}}$ 〜 $\boxed{\text{D7}}$ および $\boxed{\text{E1}}$ 〜 $\boxed{\text{E4}}$ の解答群

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5	⑥ 6
⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0	⑪ −1	⑫ −2
⑬ −3	⑭ −4	⑮ −5	⑯ −6	⑰ −7	⑱ −8

大問3（数学 ③）

次の各問に答えなさい．なお，空欄の中には通常の式で不要な「1」や「0」や「+」があてはまることがある．その場合も，式が成り立つために必要なものとして選択し，解答すること．特に「0」を選んだ場合にその前の「+」「−」選択の任意性が生ずることがあり得るが，その場合は「+」「−」のどちらを選んでもよい．

1. 次の各問に答えなさい．なお，log は自然対数を表す．

$$f(x) = \log(e^{3x} + 2) - \log(2^{x+1} + 1),$$
$$g(x) = 3x - \sin x$$

(1) $f(0) = \boxed{\mathbf{A1}}$，$g(0) = \boxed{\mathbf{A2}}$ である．

(2) $f'(0) = \boxed{\mathbf{A3}} - \boxed{\mathbf{A4}}$，$g'(0) = \boxed{\mathbf{A5}}$ である．

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\mathbf{A6}} - \boxed{\mathbf{A7}}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to \infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\mathbf{A8}} - \boxed{\mathbf{A9}}$

$\boxed{\text{A1}}$ ～ $\boxed{\text{A9}}$ の選択肢

注意　以下の内で ⑲ あるいは ⑳ が該当すると思う場合には，2 つの数の差で表された問については，例えば $\boxed{\text{A8}} - \boxed{\text{A9}}$ に対して，$\boxed{\text{A8}}$ に ⑲ あるいは ⑳，$\boxed{\text{A9}}$ に ⑩，のように回答すること．

① 1	② 2	③ 3	④ $\frac{1}{2}$	⑤ $\frac{1}{3}$
⑥ $\log 2$	⑦ $\log 3$	⑧ $\frac{1}{3}\log 2$	⑨ $\frac{1}{3}\log 3$	⑩ 0
⑪ $\frac{1}{2}\log 2$	⑫ $\frac{1}{2}\log 3$	⑬ $\frac{2}{3}\log 2$	⑭ $\frac{2}{3}\log 3$	⑮ e
⑯ e^3	⑰ $\log(e^3 + 2)$	⑱ $\frac{1}{e^3 + 2}$	⑲ 存在しない	⑳ ∞

2. $\theta=\tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ とする．以下で $t=\dfrac{y}{x}$ とおく．x, y の関数 $f(x,y)=\cos 2\theta$ について次の各問に答えなさい．

(1) $\cos 2\theta$ を t の分数式で表すと $\cos 2\theta=\dfrac{\boxed{\mathbf{AX}}}{\boxed{\mathbf{B1}}}$ である．

(2) $\dfrac{d}{dt}\cos 2\theta$ を求めると $\dfrac{d}{dt}\cos 2\theta=\dfrac{\boxed{\mathbf{B2}}}{\boxed{\mathbf{B3}}}$ である．

$\boxed{\text{AX}}$ ～ $\boxed{\text{B3}}$ の選択肢

① $1+t^2$	② $(1+t^2)^2$	③ $1+t+t^2$	④ $(1+t+t^2)^2$	⑤ $1-t^2$
⑥ $(1-t^2)^2$	⑦ $1-t+t^2$	⑧ $(1-t+t^2)^2$	⑨ 1	⑩ -1
⑪ t	⑫ $-t$	⑬ 2	⑭ -2	⑮ $2t$
⑯ $-2t$	⑰ 4	⑱ -4	⑲ $4t$	⑳ $-4t$

(3) $\cos 2\theta$ の x, y それぞれについての偏導関数を x, y の分数式で表すと

$$\frac{\partial}{\partial x}\cos 2\theta=\boxed{\mathbf{B4}}\,\frac{\boxed{\mathbf{B5}}}{\boxed{\mathbf{B6}}}\qquad \frac{\partial}{\partial y}\cos 2\theta=\boxed{\mathbf{B7}}\,\frac{\boxed{\mathbf{B8}}}{\boxed{\text{B6}}}$$

である．

$\boxed{\text{B4}}$, $\boxed{\text{B7}}$ の選択肢

① $+$ ② $-$

$\boxed{\text{B5}}$, $\boxed{\text{B6}}$, $\boxed{\text{B8}}$ の選択肢

① x^2+y^2	② $(x^2+y^2)^2$	③ x^2+xy+y^2	④ $(x^2+xy+y^2)^2$
⑤ x^2-y^2	⑥ $(x^2-y^2)^2$	⑦ x^2-xy+y^2	⑧ $(x^2-xy+y^2)^2$
⑨ $2x$	⑩ $2y$	⑪ $2xy$	⑫ $4x$
⑬ $4y$	⑭ $4xy$	⑮ $2x^2y$	⑯ $2xy^2$
⑰ $2x^2y^2$	⑱ $4x^2y$	⑲ $4xy^2$	⑳ $4x^2y^2$

(4) $f(x,y)$ を $(x,y)=(1,\sqrt{3})$ のまわりで 1 次までテイラー展開すると，

$$\boxed{\mathbf{B9}}\,\frac{\boxed{\mathbf{BX}}}{\boxed{\mathbf{C1}}}\quad\boxed{\mathbf{C2}}\,\frac{\boxed{\mathbf{C3}}}{\boxed{\mathbf{C4}}}(x-1)\quad\boxed{\mathbf{C5}}\,\frac{\boxed{\mathbf{C6}}}{\boxed{\mathbf{C7}}}(y-\sqrt{3})$$

である．

ただし，ここで係数は既約分数で表わしなさい．また，係数が 0 の場合は $\dfrac{0}{1}$ で答え，係数が 1 の場合は $\dfrac{1}{1}$ で答えなさい．

$\boxed{\text{B9}}$, $\boxed{\text{C2}}$, $\boxed{\text{C5}}$ の選択肢

① $+$ ② $-$

$\boxed{\text{BX}}$, $\boxed{\text{C1}}$, $\boxed{\text{C3}}$, $\boxed{\text{C4}}$, $\boxed{\text{C6}}$, $\boxed{\text{C7}}$ の選択肢

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6 ⑦ $\sqrt{2}$ ⑧ $\sqrt{3}$ ⑨ $\sqrt{6}$ ⑩ 0

3. 重積分 $I = \iint_D x\,dxdy$ が累次積分 $\int_{-2}^{2} dy \int_{\sqrt{2|y|}}^{\sqrt{8-y^2}} x\,dx$ で求められるものとする．次の各問に答えなさい.

(1) $x-y$ 平面上の領域 D の境界となっている曲線の方程式を解答用紙裏面の記述欄 1 に書きなさい.

(2) 領域 D を図示しなさい．解答は境界となっている曲線の方程式と同じく記述欄 1 に描きなさい.

(3) 領域 D の面積は $\boxed{\textbf{C8}} - \boxed{\textbf{C9}}$ である.

$\boxed{\text{C8}}$, $\boxed{\text{C9}}$ の選択肢：

① 8π　② 4π　③ 2π　④ π　⑤ $\frac{\pi}{2}$　⑥ 8　⑦ 2　⑧ $\frac{2}{3}$　⑨ $\frac{4}{3}$　⑩ $\frac{1}{2}$

(4) $I = 2\int_0^2 \left(\boxed{\textbf{CX}}\ \boxed{\textbf{D1}}\ \ \boxed{\textbf{D2}}\ \boxed{\textbf{D3}}\ y\ \ \boxed{\textbf{D4}}\ \boxed{\textbf{D5}}\ y^2 \right) dy = \dfrac{\boxed{\textbf{D6}}}{\boxed{\textbf{D7}}}$ である.

$\boxed{\text{CX}}$, $\boxed{\text{D2}}$, $\boxed{\text{D4}}$ の選択肢

① $+$　② $-$

$\boxed{\text{D1}}$, $\boxed{\text{D3}}$, $\boxed{\text{D5}}$, $\boxed{\text{D6}}$, $\boxed{\text{D7}}$ の選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ $\frac{1}{2}$	⑦ $\frac{3}{2}$	⑧ $\frac{4}{3}$	⑨ $\frac{5}{3}$	⑩ $\frac{5}{2}$
⑪ 7	⑫ 9	⑬ 11	⑭ 15	⑮ 20
⑯ 21	⑰ 28	⑱ 31	⑲ 44	⑳ 52

(5) 重積分 I はまた, 累次積分 $\int_0^{\boxed{\textbf{D8}}} dx \int_{-\boxed{\text{D9}}}^{\boxed{\textbf{D9}}} x\,dy + \int_{\boxed{\text{D8}}}^{\boxed{\textbf{DX}}} dx \int_{-\boxed{\text{E1}}}^{\boxed{\textbf{E1}}} x\,dy$

で計算することもできる.

$\boxed{\text{D8}}$ ～ $\boxed{\text{E1}}$ の選択肢：

① $\frac{1}{2}$	② $\frac{1}{\sqrt{2}}$	③ 1	④ $\sqrt{2}$	⑤ 2
⑥ $2\sqrt{2}$	⑦ 4	⑧ $\sqrt{\frac{x}{2}}$	⑨ $\sqrt{x}$	⑩ $\sqrt{2x}$
⑪ $\frac{x}{2}$	⑫ x	⑬ $2x$	⑭ $\frac{1}{2}x^2$	⑮ x^2
⑯ $2x^2$	⑰ $8-x$	⑱ $8+x$	⑲ $\sqrt{8-x^2}$	⑳ $\sqrt{8+x^2}$

大問4（物理学 ①）

半径 a，質量 m の一様な円柱を A とする．この円柱の軸のまわりの慣性モーメントは $ma^2/2$ で与えられる．時間 t に関する微分記号をドット記号で表すことにする．たとえば dx/dt を $\dot{x}$ と表す．また，重力加速度の大きさを g とする．以下の設問に答えよ．

1. 図 1 に示すように，水平な床の上を円柱 A が滑ることなく転がる状況を考える．この円柱の重心の速さを v，回転の角速度の大きさを ω とする．円柱が滑らないということは，床に接している円柱上の点 P の速度がゼロということである．一方，円柱の重心と同じ速度で動く観測者から見ると，点 P の速さは $\boxed{\textbf{A1}}$ である．したがって，v と ω は次の関係にある．

$$v = a\omega\,.$$

また，このときの円柱の運動エネルギーは $\boxed{\textbf{A2}}$ である．

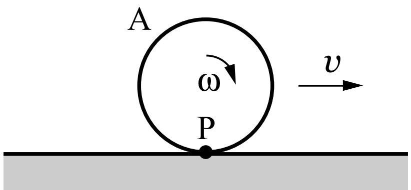


図 1

$\boxed{\text{A1}}$，$\boxed{\text{A2}}$ の解答群

①	$a\omega/2$	②	$a\omega$	③	$3a\omega/2$	④	$2a\omega$	⑤	$mv^2/4$
⑥	$mv^2/2$	⑦	$3mv^2/4$	⑧	mv^2	⑨	$5mv^2/4$	⑩	$3mv^2/2$
⑪	$7mv^2/4$	⑫	$2mv^2$						

2. 図 2 に示すように，傾斜角 α の斜面上を，円柱 A が滑ることなく転がり下りる．このとき，円柱の軸は水平に保たれている．円柱の重心の速さを v，回転の角速度の大きさを ω とする．

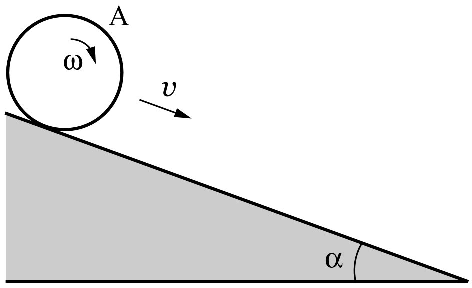


図 2

(1) 円柱と斜面との間に作用する摩擦力の大きさを F とすると，円柱の重心の運動についての運動方程式は次の式で与えられる．

$$m\dot{v} = \boxed{\mathbf{A3}} - \boxed{\mathbf{A4}}\ .$$

また，円柱の回転についての運動方程式から次の式が導かれる．

$$ma\dot{\omega} = \boxed{\mathbf{A5}}\ .$$

これらの運動方程式を解いて，摩擦力を求めると次の結果が得られる．

$$F = \boxed{\mathbf{A6}}\ .$$

$\boxed{\text{A3}}$，$\boxed{\text{A4}}$，$\boxed{\text{A5}}$，$\boxed{\text{A6}}$ の解答群

① $F/2$	② F	③ $2F$	④ mg
⑤ $(mg/3)\sin\alpha$	⑥ $(mg/2)\sin\alpha$	⑦ $(2mg/3)\sin\alpha$	⑧ $mg\sin\alpha$
⑨ $(mg/3)\cos\alpha$	⑩ $(mg/2)\cos\alpha$	⑪ $(2mg/3)\cos\alpha$	⑫ $mg\cos\alpha$

(2) 円柱 A の回転角加速度は $\dot{\omega} = \boxed{\mathbf{A7}}\dfrac{g}{a}$ となるので，円柱が初速度ゼロで転がり始めた場合，ちょうど 1 回転するまでに要する時間は

$$\sqrt{\boxed{\mathbf{A8}}\frac{2\pi a}{g}}$$

である．

$\boxed{\text{A7}}$，$\boxed{\text{A8}}$ の解答群

① $(1/2)\sin\alpha$	② $(1/3)\sin\alpha$	③ $(2/3)\sin\alpha$	④ $3/(2\sin\alpha)$
⑤ $2/\sin\alpha$	⑥ $3/\sin\alpha$	⑦ $4/\sin\alpha$	⑧ $6/\sin\alpha$
⑨ $(1/2)\cos\alpha$	⑩ $(1/3)\cos\alpha$	⑪ $(2/3)\cos\alpha$	⑫ $3/(2\cos\alpha)$
⑬ $2/\cos\alpha$	⑭ $3/\cos\alpha$	⑮ $4/\cos\alpha$	⑯ $6/\cos\alpha$

3. 図 3 のように，質量 M の板 B と質量 M のおもり C を軽い糸で結び，板を水平な机 D の上に置き，滑車 E を通しておもりを吊り下げる．板の上には円柱 A を置く．このとき，円柱の軸と糸は垂直になるようにする．円柱も板もおもりも静止した状態から出発して，おもりを静かに落下させたところ，円柱は板の上を滑ることなく転がりはじめた．また，板と机の表面との接触は滑らかであり，摩擦力は作用しない．

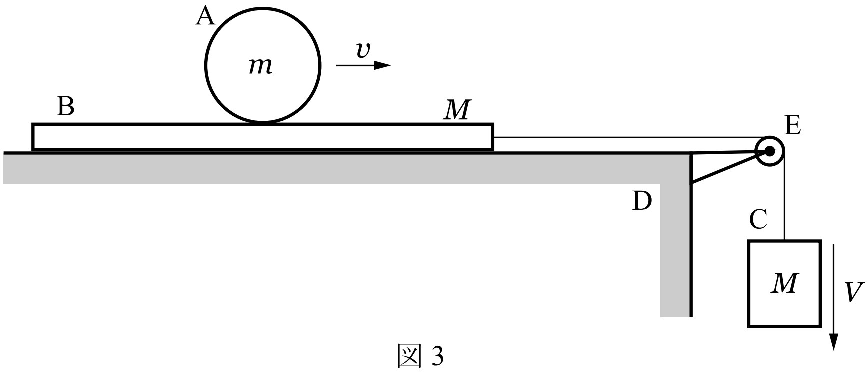


図 3

(1) 円柱が滑らずに転がることでどのような効果を生んでいるかを確かめるために，円柱と板の間が理想的に滑らかで，板が動いても円柱は滑って転がらないと仮定して，おもりの落下を考えてみる．糸の張力を T，おもりの速さを V とする．板とおもりの重心の運動についての運動方程式は，それぞれ次の式で与えられる．

$$M\dot{V} = \boxed{\mathbf{A9}}\,, \quad M\dot{V} = \boxed{\mathbf{AX}} - T\,.$$

A9 ， AX の解答群

①	$Mg/2$	②	Mg	③	$2Mg$	④	$mg/2$	⑤	mg
⑥	$2mg$	⑦	$T/2$	⑧	T	⑨	$2T$		

これより，おもりの落下加速度と張力は次のように求まる．

$$\dot{V} = \boxed{\mathbf{B1}}\,, \quad T = \boxed{\mathbf{B2}}\,.$$

B1 ， B2 の解答群

①	$g/3$	②	$g/2$	③	g	④	$2g$	⑤	$3g$
⑥	$Mg/3$	⑦	$Mg/2$	⑧	Mg	⑨	$2Mg$	⑩	$3Mg$

(2) 摩擦が働いて，円柱は滑らずに転がる場合には，円柱の重心の速さ v，板の速さ V と転がりの回転角速度の大きさ ω との間には次の関係が成立する．

$$a\omega = \boxed{\mathbf{B3}}\,.$$

B3 の解答群

①	v	②	V	③	$v-V$	④	$V-v$	⑤	$v+V$

(3) 円柱が滑らずに転がる場合，糸の張力を T，円柱と板との間に作用する摩擦力の大きさを F，円柱の重心の速さを v，おもりの速さを V とすると，円柱，板，おもりの重心の運動についての運動方程式はそれぞれ次の式で与えられる．

$$m\dot{v} = \boxed{\textbf{B4}}, \quad M\dot{V} = \boxed{\text{A9}} - F, \quad M\dot{V} = \boxed{\text{AX}} - T. \qquad \text{(a)}$$

また，円柱の回転角速度の大きさを ω とすると，回転についての運動方程式より次の式が得られる．

$$ma\dot{\omega} = \boxed{\text{A5}}.$$

B4 の解答群

① 0	② $F/2$	③ F	④ $2F$	⑤ $T/2$
⑥ T	⑦ $2T$	⑧ $Mg/2$	⑨ Mg	⑩ $2Mg$

(4) 円柱が滑らないで回転する条件式と，円柱の重心の運動方程式と，円柱の回転の運動方程式から F と ω を消去して，

$$m\dot{v} = \boxed{\textbf{B5}} \qquad \text{(b)}$$

が得られる．また，式 (a) の 3 つの式から F と T を消去すると次の結果が得られる．

$$m\dot{v} = \boxed{\textbf{B6}} - \boxed{\textbf{B7}}. \qquad \text{(c)}$$

B5，B6，B7 の解答群

① Mg	② $2Mg$	③ $3Mg$	④ $Mg/2$	⑤ $Mg/3$
⑥ $m\dot{V}$	⑦ $2m\dot{V}$	⑧ $3m\dot{V}$	⑨ $m\dot{V}/2$	⑩ $m\dot{V}/3$
⑪ $M\dot{V}$	⑫ $2M\dot{V}$	⑬ $3M\dot{V}$	⑭ $M\dot{V}/2$	⑮ $M\dot{V}/3$

(5) 式 (b) と式 (c) より，重りの落下加速度として次の結果が得られる．

$$\dot{V} = \boxed{\textbf{B8}}\, g.$$

これより，おもりの落下加速度は，円柱が滑って回転しないと想定した場合に比べて，$\dfrac{1}{1+\boxed{\textbf{B9}}}$ 倍であることが分かる．

また，円柱の回転角加速度は $\dot{\omega} = \boxed{\textbf{BX}}\,\dfrac{g}{a}$ となる．

B8，B9，BX の解答群

① $1/2$	② $1/3$	③ $1/4$
④ $m/(2M)$	⑤ $m/(4M)$	⑥ $m/(6M)$
⑦ $M/(2M+m)$	⑧ $2M/(2M+m)$	⑨ $2M/(4M+m)$
⑩ $M/(4M+m)$	⑪ $2M/(6M+m)$	⑫ $3M/(6M+m)$

大問５（物理学②）

バネと弦に伝わる波の挙動について、以下の２つの問に答えよ。

1. 図１のような自然長 L_0 でバネ定数 K，質量 M，バネ部の断面積が S のバネを考える．バネは水平な床に真っ直ぐに置かれ，バネの運動における床との摩擦は無視する．またバネの断面積は変形によっても変わらないものとし、バネを伝わる波の挙動に関する以下の問に答えよ．

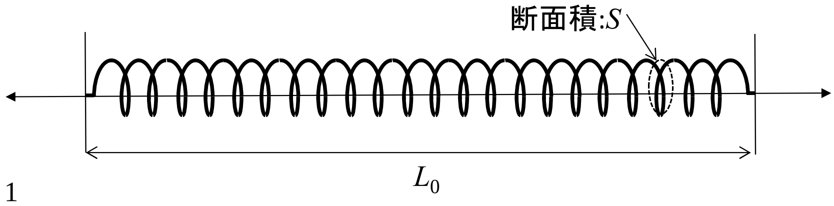


図１

(1) このバネの両端をわずかに引張って戻す乱れを与えたとき，これが波として伝わる速さを次のように導く．

まずこのバネの両端をわずかに引張って ΔL だけ伸ばすのに必要な力 F は $\boxed{\text{A1}}$ である．これと同じ働きをする，つまり同じ伸びに対して同じ力が必要となる，均一な弾性体の棒を考える．この棒を作っている物質のヤング率を E，棒の断面積と長さはバネと同じでそれぞれ S，L_0 であるとし，これを与えられたバネと「等価な弾性体」と呼ぶことにする．

この棒を L_0 から ΔL だけ伸ばすのに必要な力 F をヤング率が応力とひずみの関係の比例係数であることを用いると，$F=$ $\boxed{\text{A2}}$ と表される．これより，この等価な弾性体のヤング率 E は $E=$ $\boxed{\text{A3}}$ と表すことができる．一方，この等価な弾性体の単位体積当たりの質量 ρ は，$\rho=$ $\boxed{\text{A4}}$ となる．

一般にこのような棒状の弾性体を伝わる波の速度 v は　$v=$ $\boxed{\text{A5}}$ と表されるので，このバネを伝わる波の速さ v_0 は　$v_0=$ $\boxed{\text{A6}}$ と表される．

A1～A6　の選択肢

① $\sqrt{\dfrac{\rho}{E}}$　② $\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$　③ $\dfrac{E}{\rho}$　④ $\dfrac{\rho}{E}$　⑤ $\dfrac{M}{SL_0}$　⑥ $\dfrac{SL_0}{M}$　⑦ $\dfrac{L_0}{SM}$

⑧ $ES\dfrac{\Delta L}{L_0}$　⑨ $E\dfrac{\Delta L}{L_0}$　⑩ $E\dfrac{L_0}{\Delta L}$　⑪ $K\Delta L$　⑫ $K\dfrac{\Delta L}{L_0}$　⑬ $\dfrac{KL_0}{S}$　⑭ $\dfrac{KL_0}{S\Delta L}$

⑮ $\dfrac{K\Delta L}{EL_0}$　⑯ $\dfrac{KL_0{}^2}{M}$　⑰ $\sqrt{\dfrac{KL_0}{M}}$　⑱ $\sqrt{\dfrac{L_0}{SM}}$　⑲ $\sqrt{\dfrac{KL_0{}^2}{M}}$　⑳ $\sqrt{\dfrac{KL_0}{M\Delta L}}$

(2) 次にこのバネを長さ L（$L>L_0$）に引き伸ばして両端を固定した．引き伸ばしても断面積 S が変わらないとして，このときのバネに伝わる波動について考える．このため引き伸ばされたバネと等価な弾性体の棒の密度 ρ' および棒を作る物質のヤング率 E' が分かれば良い．

まず棒の密度は $\rho'=$ $\boxed{\text{A7}}$ である．また棒を ΔL だけ伸ばすのに必要な力を，ヤング率 E' を用いて表すと $F'=$ $\boxed{\text{A8}}$ であるが，この力は，引き伸ばされたバネをさらに ΔL だけ伸ばすのに要する力 $F'=$ $\boxed{\text{A9}}$ であることと，K と E の関係から，$E'=$ $\boxed{\text{AX}}$ を得る．これにより L に伸びたバネにおいて波の伝わる速さ v' は　$v'=$ $\boxed{\text{B1}}$ となる．

A7～B1　の選択肢

① $\dfrac{\Delta L}{L}E'S$　② $E'S$　③ $\dfrac{\Delta L}{L_0}E'$　④ $\dfrac{L}{L_0}E$　⑤ $\dfrac{L}{L_0}K$　⑥ $\dfrac{L}{L_0}\rho$

⑦ $\dfrac{L_0}{L}E$　⑧ $\dfrac{L_0}{L}\rho$　⑨ $\dfrac{L_0}{L}v_0$　⑩ $\dfrac{L}{L_0}v_0$　⑪ $\dfrac{\Delta L}{L_0}E'S$　⑫ ES

⑬ $\dfrac{\Delta L}{L_0}v_0$　⑭ $\dfrac{\Delta L}{L}v_0$　⑮ $\dfrac{E'}{E}v_0$　⑯ $K\Delta L$

(3) この L に伸ばして両端を固定したバネの最も波長の長い振動を基本振動とすると，この基本振動の固有角振動数 ω は $\omega=$ $\boxed{\text{B2}}$ となる．元の L_0 の長さのバネの基本振動の固有角振動数 ω_0 は　$\omega_0=$ $\boxed{\text{B3}}$ と表されることから，バネを引き伸ばした時のバネの基本振動の固有角振動数は $\boxed{\text{B4}}$ ことが分かる．

B2～B4　の選択肢

①大きくなる　②変わらない　③小さくなる　④ $\sqrt{\dfrac{\rho}{E}}\dfrac{\pi}{L_0}$　⑤ $\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}\dfrac{\pi}{L_0}$

⑥ $\sqrt{\dfrac{\rho'}{E'}}\dfrac{\pi}{L_0}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{E'}{\rho'}}\dfrac{\pi}{L}$　⑧ $\sqrt{\dfrac{\rho}{E}}\dfrac{L}{\pi}$　⑨ $\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}\dfrac{L_0}{\pi}$　⑩ $\sqrt{\dfrac{\rho'}{E'}}\dfrac{L_0}{\pi}$

⑪ $\sqrt{\dfrac{E'}{\rho'}}\dfrac{L}{\pi}$　⑫ $\sqrt{\dfrac{E\pi}{\rho L}}$　⑬ $\sqrt{\dfrac{E'\pi}{\rho' L}}$　⑭ $\sqrt{\dfrac{\rho'\pi}{E'L}}$　⑮ $\sqrt{\dfrac{\rho\pi}{EL}}$

⑯ $\dfrac{\rho}{E}\dfrac{\pi}{L_0}$　⑰ $\dfrac{E}{\rho}\dfrac{\pi}{L_0}$　⑱ $\dfrac{E}{\rho}\dfrac{L_0}{\pi}$　⑲ $\dfrac{\rho}{E}\dfrac{L}{\pi}$　⑳ $\dfrac{E'}{\rho'}\dfrac{\pi}{L_0}$

2. 図 2 のように線密度 ρ の弦の一端に質量 m のリングを取り付け, このリングを摩擦のない棒に通して張力 T で弦を張った．この弦の他端から角振動数 ω の正弦波を送った．ここでリングの位置を原点とし，弦の方向を x 軸方向の負の向きとし，弦の縦方向の変位を $u(x,t)$とする．リングにつながれた弦の傾きの角度を θ とする．このときの弦の振動が定常波となるとしてその反射波を求めよ．

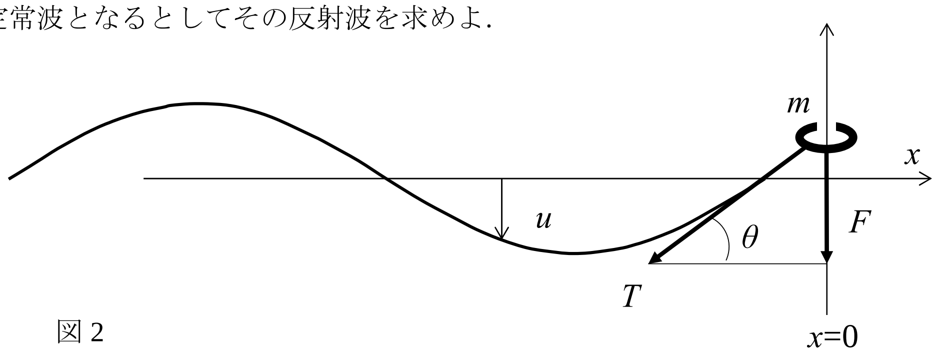


図 2

リングの運動方程式はリングが棒方向に受ける力 F が θ <<1 として

$$F = -T \ \boxed{\text{B5}}$$

これよりリングの運動方程式は以下のようになる．

$$m \ \boxed{\text{B6}} \ = -T \ \boxed{\text{B5}}$$

入射波 $u_i\,(x,t)$と反射波 $u_r\,(x,t)$をそれぞれ次のようにする．

$$u_i(x,t) = a\cos(kx - \omega t)\,, \qquad \omega = \boxed{\text{B7}}$$

$$u_r(x,t) = b\cos(kx + \omega t + \phi)\,, \quad (0 \le \phi \le \pi)$$

ここで，t は時間，a と b は振幅，k は波数，ϕ は位相定数である．

この時入射波と反射波の合成波　$u\ (x,t) = u_i(x,t) + u_r(x,t)$　を運動方程式に代入し, その関係が時間 t によらず成り立つことを使って反射波として以下を得る．

$$u_r(x,t) = a\left\{ \frac{\boxed{\text{B8}}}{\rho^2 + m^2k^2}\cos(kx + \omega t) + \frac{\boxed{\text{B9}}}{\rho^2 + m^2k^2}\sin(kx + \omega t) \right\}.$$

B5～B9　の選択肢

① $\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}k$　② $\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$　③ $\sqrt{\dfrac{Tk}{\rho}}$　④ $\sqrt{\dfrac{T}{k\rho}}$　⑤ $\left(\dfrac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=0}$　⑥ $\left(\dfrac{\partial u}{\partial t}\right)^2_{x=0}$

⑦ $\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_{x=0}$　⑧ $\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)^2_{x=0}$　⑨ $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0}$　⑩ $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^2_{x=0}$　⑪ $\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{x=0}$　⑫ $\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2_{x=0}$

⑬ $\rho + mk$　⑭ $\rho - mk$　⑮ ρmk　⑯ $2\rho mk$　⑰ $\rho^2 m^2 k^2$　⑱ $\rho^2 - m^2k^2$　⑲ $4\rho^2 m^2 k^2$

大問６（化学①）

必要があれば，以下の物理定数値を使うこと．

プランク定数 $h = 6.63\times10^{-34}$ J s　　電子の質量 $m = 9.11\times10^{-31}$ kg

電子の電荷 $e = 1.60\times10^{-19}$ C　　真空中の誘電率 $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$ F m^{-1}

1. 以下の文章を読み，設問 (1)～(4)に答えよ．

$\boxed{\text{A1}}$ は，1911 年に＋Ze（Z：原子番号）の正電荷をもつ微小な核のまわりを Z 個の電子が円軌道を描いて運動する原子モデルを提案した．しかし，古典電磁気学では，加速度運動する荷電粒子は電磁波を放出し，そのエネルギーを失い，渦巻型の軌道を描きながら，ついに電子は核に吸収されてしまう．そこで，$\boxed{\text{A2}}$ は，核のまわりを円運動する電子のエネルギーが，エネルギー準位と呼ばれる不連続な値をとること，それによって，連続的な電磁波を放出しないこと，また，高いエネルギーの準位から低いエネルギー準位に電子がうつるときは，そのエネルギー準位差に相当する電磁波を放出すること，これら 3 つの仮説を提唱した．

水素原子のエネルギー準位と軌道半径を求めてみよう．

質量 m の電子が速さ υ で原子核を中心に円軌道を描くとき，その軌道半径を r，真空の誘電率を ε_0 として，水素原子のエネルギーは，

$$E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad 1)$$

と表される．また，電子の角運動量は，量子条件から，プランク定数を h として，整数 n を用いて，

$$m\upsilon r = \boxed{\text{A3}} \qquad 2)$$

と表される．また，クーロン力と遠心力のつり合いから，

$$\frac{m\upsilon^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad 3)$$

の式が成り立つ．式 1～3 を連立することで，水素原子のエネルギーEと軌道半径rは，それぞれ，

$$E = -\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0{}^2 h^2 n^2} \qquad 4)$$

$$r = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{\pi e^2 m} \qquad 5)$$

と求められる．$n=1$の基底状態にある水素原子の電子の軌道半径の値は $\boxed{\text{A4}}$ pm である．

(1) 上記文章の空欄 $\boxed{\text{A1}}$ と $\boxed{\text{A2}}$ に当てはまる語句として最も適切なものを，下の①～⑥のうちから一つずつ選べ.

① ハイゼンベルグ　② 朝永振一郎　③ ボーア

④ 長岡半太郎　⑤ ラザフォード　⑥ プランク

(2) 上記文章の空欄 $\boxed{\text{A3}}$ と $\boxed{\text{A4}}$ に当てはまる文字式，あるいは数値として最も適切なものを，下の①～⑥のうちから一つずつ選べ.

① $\dfrac{2\pi}{h}n$　② $\dfrac{h}{2\pi}n$　③ $\dfrac{h}{2\pi m}$

④ 53.1　⑤ 106.2　⑥ 26.6

(3) 下線部について，高いエネルギー準位から，$n = 2$ の基底状態に電子がうつるときに放出される可視光のスペクトル系列の名称とその最長波長の組み合わせ（系列，波長 [nm]）が正しいものを．次の①～⑥のうちから一つ選べ． A5

①（バルマー，1876） ②（ブラケット，1876） ③（ライマン，121.6）
④（ライマン，656.5） ⑤（バルマー，656.5） ⑥（プント，121.6）

(4) 基底状態にある水素原子の電子の運動エネルギー E_K と 1 秒間に電子が円軌道を周回する回数（振動数）ν との比 E_K / ν はプランク定数 h の何倍か，次の①～⑤のうちから一つ選べ． A6

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2

④ 4 ⑤ $\frac{1}{4}$

2. 原子の構造に関連する以下の記述には正しいものが 2 つある．最も適切な組み合わせを，下の a～d のうちから一つ選べ． A7

a 最外殻電子は内殻電子と比較して有効核電荷が大幅に減少する
b フントの法則によれば，同一原子内の複数の電子は，同時に同じ量子状態になることはない
c $_{24}$Cr 原子の最外殻電子の配置は，$_{18}$Ar を原子芯として $3d^5 4s^1$ と表される
d 電子親和力は，不活性気体で最低で，同周期では，原子番号が増加するに従って小さくなるため，ハロゲン元素は，1 価の陰イオンになりやすい

① a と b ② a と c ③ a と d
④ b と c ⑤ b と d ⑥ c と d

3. 分子の化学結合と形について，設問(1)～(3)に答えよ．

(1) 図１に，窒素分子の分子軌道の形成とエネルギー準位を示す． $\boxed{\text{A8}}$, $\boxed{\text{A9}}$, $\boxed{\text{AX}}$ の分子軌道の形として最も適切なものを，次の①～⑥のうちから一つずつ選べ．

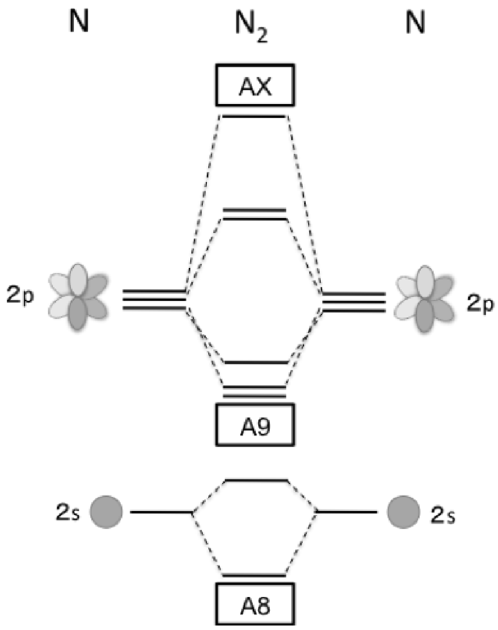


図１：窒素分子の分子軌道の形成とエネルギー準位

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

⑥ 

(2) NO 分子の分子軌道に占める電子数は，窒素分子より $\boxed{\text{B1}}$ 個だけ $\boxed{\text{B2}}$ く，窒素分子と NO 分子の結合次数は, それぞれ $\boxed{\text{B3}}$ と $\boxed{\text{B4}}$ である. そのため, 結合エネルギーは, $\boxed{\text{B5}}$.

$\boxed{\text{B1}}$ ～ $\boxed{\text{B5}}$ として最も適切なものを，選択肢からそれぞれ一つずつ選べ.

$\boxed{\text{B1}}$ ～ $\boxed{\text{B2}}$

① 1　② 2　③ 多　④ 少な

$\boxed{\text{B3}}$ ～ $\boxed{\text{B4}}$

① 1.5　② 2　③ 2.5　④ 3

$\boxed{\text{B5}}$

① 窒素分子が大きい　② 同じである　③ NO 分子が大きい

(3) 以下の文章の空欄 $\boxed{B6}$ ～ $\boxed{BX}$ に当てはまる数字，語句として最も適切なものを，選択肢からそれぞれ一つずつ選べ.

分子の形を推定する場合，混成軌道モデルと $\boxed{B6}$ モデルの 2 つがある．混成軌道モデルでは，例えば，ベンゼンは，炭素原子の $\boxed{B7}$ 混成軌道の重なりによって正六角形の σ 結合がつくられ，残された混成軌道の一端に水素の原子軌道が重なる．また，各炭素原子上の未混成の p_z 軌道は，相互に重なり合い，電子が $\boxed{B8}$ 化した π 結合を形成する．一方，$\boxed{B6}$ モデルでは．分子中の，孤立電子対も含めた価電子対ができるだけ離れた位置を占めるように分子の形が決まる．例えば，BF_3 分子は，価電子対が 3 つで，$\boxed{B9}$ 型，SF_6 分子は，価電子対が $\boxed{BX}$ つで，正八面体型となる．

$\boxed{B6}$

① VSEPR　② ポーリング　③ 8 電子　④ レナード・ジョーンズ

$\boxed{B7}$

① sp^3　② sp^2　③ sp

$\boxed{B8}$

① 局在　②非局在

$\boxed{B9}$

① 直線　② 正三方平面（正三角形）③ 正四面体　④ 三方錐（ピラミッド）

$\boxed{BX}$

① 2　② 4　③ 6　④ 8

大問７（化学②）

必要があれば，以下を使うこと．
気体定数 R = 8.31 J mol^{-1} K^{-1}，ln x = 2.303 log x，log 2 = 0.3010，log 3 = 0.4771.

1.　アンモニア生成反応系（気相系）は以下のように書ける．

$$N_2\,(g) + 3H_2\,(g) \rightarrow 2NH_3\,(g) \qquad 1)$$

(g) = gas phase

(1)　本反応に関与する各成分の標準熱力学諸量を以下の表-1 に示す.

表-1　標準生成反応の熱力学諸量　（298 K）

	ΔG [kJ mol^{-1}]	ΔH [kJ mol^{-1}]	ΔS [J K^{-1} mol^{-1}]
N_2	0	0	191.5
H_2	0	0	130.6
NH_3	－16.48	－46.10	192.3

上記反応，式 1 に注意して対応する熱力学的過程を考え，アンモニアの生成反応の平衡定数(K)を求めるためにはΔG の値とΔG と ln K から成る平衡定数計算式を用いればよい．K 値は K = [A1] と計算される．本反応は [A2] となり [A3] 反応であることがわかる．

①ΔG << 0　②ΔH << 0　③ΔS >> 0　④発熱　⑤吸熱
⑥競合　⑦1.20 × 10^{6}　⑧6.03 × 10^{5}　⑨3.20 × 10^{4}

(2)　式 2 に示すギブス－ヘルムホルツの式は，[A4] ΔH と [A5] ΔG の関係を示す重要な式である．定圧条件下で，以下のように書ける．

[A6]　　2)

式 2 を書き直せば,

$$\frac{\mathrm{d}(\Delta G/T)}{\mathrm{d}T}=\frac{-\Delta H}{T^2} \qquad 3)$$

反応の平衡定数, K, とΔG の関係から以下の $\boxed{\text{A7}}$ の定圧平衡式が得られる.

$$\boxed{\text{A8}} \qquad 4)$$

そこで，温度 T_1 および T_2 における式 1 の平衡定数を K_1 および K_2 とすれば,

$$\log\left(\frac{K_2}{K_1}\right)=\frac{-\Delta H}{2.303R}\ \boxed{\text{A9}} \qquad 5)$$

となる.

ここで，比較的高温の条件下，125℃ (T_1 = 398 K) におけるアンモニア生成の平衡定数, K_1 を計算してみよう．式 5 により計算すれば，T_2 = 298 K, および $K_2 = K =$ $\boxed{\text{A1}}$ より，K_1 = $\boxed{\text{AX}}$ となり，本反応は反応温度上昇に伴ってアンモニア生成量が大幅に $\boxed{\text{B1}}$ する $\boxed{\text{B2}}$ である事が明らかである.

①利用可能エネルギー　②束縛エネルギー　③熱エネルギー

④ $\Delta G=\Delta H+T\left(\frac{\partial \Delta G}{\partial T}\right)_P$　⑤ $\Delta G=\Delta H+\left(\frac{\partial \Delta G}{\partial T}\right)_P$　⑥ $\frac{\mathrm{d}\ln K}{\mathrm{d}T}=\frac{-\Delta H}{R}$

⑦ $\frac{\mathrm{d}\ln K}{\mathrm{d}(1/T)}=\frac{-\Delta H}{R}$　⑧ $\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$　⑨（T_1 － T_2）　⑩ $\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$

⑪52.5　⑫1.05×10^{7}　⑬ファントホッフ　⑭オストワルド

⑮発熱反応　⑯吸熱反応　⑰減小　⑱増大

(3) アンモニア合成反応の反応速度は室温レベルではあまりにも小さい．本反応の速度を高めるため，鉄酸化物およびアルミニウム酸化物を主体とする $\boxed{\text{B3}}$ の利用を $\boxed{\text{B4}}$ で実用化した．また，先に証明した $\boxed{\text{B5}}$ の関係（K_2 および K_1）から，アンモニア生成量増大のためには窒素および水素の $\boxed{\text{B6}}$ が極めて有効である．これは，$\boxed{\text{B7}}$ の利用である.

①常温条件下　②高温条件下　③低温条件下　④触媒　⑤活性体

⑥高圧添加　⑦低圧添加　⑧平衡定数　⑨速度定数

⑩ラウールの法則　⑪ル・シャトリエの原理　⑫ヘスの法則

2. 物質は，おかれた条件に従って種々の「相」として存在する．
このことに関する問に答えなさい．

(1) 水および二酸化炭素の相図について考えてみよう．図-1 および図-2 に水および二酸化炭素の相図を示す．

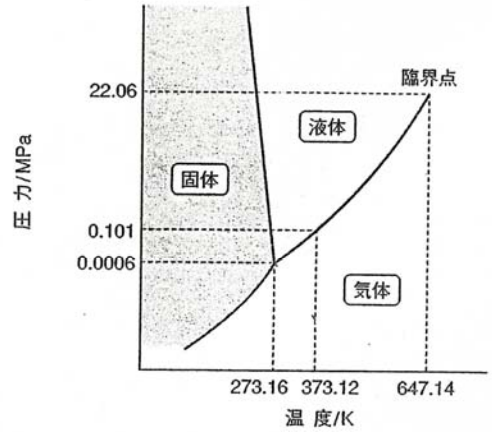


図1　水の相図

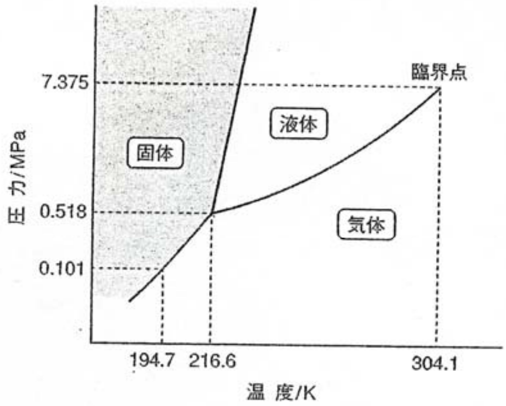


図2　二酸化炭素の相図

三つの異なる相が全部同時に平衡にて共存する条件を $\boxed{\text{B8}}$ という．二酸化炭素の系で見れば，$\boxed{\text{B8}}$ は液体相が存在できる最低圧力の点であり，同時に液体相が存在できる最低 $\boxed{\text{B9}}$ でもある. ギブスの相律(phase rule)がこれらの状況を描くことに成功している．相全体の成分数を n, 相の数を L, および系の自由度を f とすれば,

$$f = \boxed{\text{BX}} \qquad 6)$$

が成立する．

水系および二酸化炭素系に当てはめて，三相共存の条件では，$n = \boxed{\text{C1}}$, および $L = \boxed{\text{C2}}$ から，$f = \boxed{\text{C3}}$ となり，温度と圧力は固有値を取って $\boxed{\text{B8}}$ は一点のみである．この $\boxed{\text{B8}}$ 測定点は融点や沸点などに比べて正確さに優れており，水の 273.16 K の点は $\boxed{\text{C4}}$ とされ，温度 1 K は 1/273.16 である．

固体二酸化炭素系では，一般的気圧 0.101 MPa において沸点 194.7 K の気体となり，$\boxed{\text{C5}}$ が起こることは図より明らかである．また，液体の蒸発現象の熱力学的記述には，$\boxed{\text{C6}}$ の式がある．

①共融点　②三重点　③最低　④最高　⑤温度　⑥密度

⑦ $n + 2 - L$　⑧ $n - 2 + L$　⑨ $n + 3 - L$　⑩ 1　⑪ 2　⑫ 3

⑬ 4　⑭ 0　⑮トルートン　⑯クラウジウス−クラペイロン

⑰定点　⑱固定点　⑲蒸発　⑳昇華

(2) つぎに，水中におけるナフタレンの溶解度を考えよう．

ナフタレン結晶を水中に加えてゆき，結晶が溶解平衡に到達した条件下，微少量ナフタレンが水に溶解する．ギブスの相律の式（式 6）より自由度 f = $\boxed{\text{C7}}$ が得られる．よって，$\boxed{\text{C8}}$ 一定条件下では $\boxed{\text{C9}}$ は自動的に決定される．溶解平衡定数 K は $\boxed{\text{C9}}$ のみからなり，ある条件下で，

$$K = 2.2 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}\ l^{-1} \qquad 7)$$

である．よって，式 7 の条件下では溶解ナフタレンのモル分率 = $\boxed{\text{CX}}$ を有する溶液を生ずる．

①固相　②液相　③ 0　④ 1

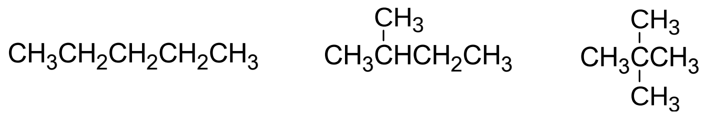
⑤ 2　⑥ 3　⑦ 4　⑧ 5

⑨温度　⑩温度・圧力　⑪水中ナフタレン濃度

⑫ナフタレン添加量　⑬ 4.0×10^{-6}　⑭ 1.2×10^{-5}

大問８（化学③）

1. 分子式 C_5H_{12} を有する化合物には下の 3 通りの構造異性体がある．分子式 $C_5H_{11}Br$ を有する化合物の構造異性体のうち，第一級ハロゲン化アルキルは $\boxed{\text{A1}}$ 種類, 第二級ハロゲン化アルキルは $\boxed{\text{A2}}$ 種類，第三級ハロゲン化アルキルは $\boxed{\text{A3}}$ 種類，塩基による脱離反応をしない化合物は $\boxed{\text{A4}}$ 種類，不斉炭素原子を有する化合物は $\boxed{\text{A5}}$ 種類ある．



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5　⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9

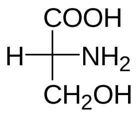
2. シクロペンテンと臭素の反応では中間体として環状 $\boxed{\text{A6}}$ イオンが生成する．同時に生成した臭化物イオン(Br^-)がこの環状 $\boxed{\text{A6}}$ イオンの炭素に対して $\boxed{\text{A7}}$ 反応をすることで $\boxed{\text{A8}}$ シクロペンタンを与える．この反応は $\boxed{\text{A9}}$ 付加の一例である．

①カルボニウム　② ブロモニウム　③ オキソニウム　④ アンモニウム
⑤ E1　⑥ E2　⑦ S_N1　⑧ S_N2　⑨ 1,1-ジブロモ　⑩ *cis*-1,2-ジブロモ
⑪ *trans*-1,2-ジブロモ　⑫ *anti*　⑬ *syn*

3. プロピン(C_3H_4)と臭化水素の反応ではまず 1 モルの臭化水素が反応し $\boxed{\text{AX}}$ を与える．これはさらにもう 1 モルの臭化水素と反応して最終的には $\boxed{\text{B1}}$ を与える．

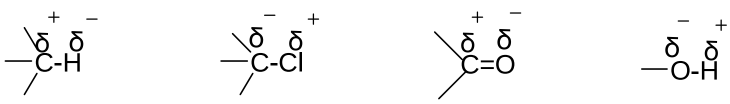
① 1-ブロモプロペン　② 2-ブロモプロペン　③ 3-ブロモプロペン
④ 1-ブロモプロパン　⑤ 2-ブロモプロパン　⑥ 1,1-ジブロモプロパン
⑦ 1,2-ジブロモプロパン　⑧ 1,3-ジブロモプロパン　⑨ 2,2-ジブロモプロパン

4. フィッシャー投影式で示した次の化合物の絶対配置は $\boxed{\text{B2}}$ である.



① ＋　② －　③ E　④ R　⑤ S　⑥ Z

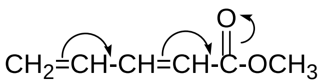
5. 電気陰性度の違いによる結合の分極の様子で正しいものは $\boxed{\text{B3}}$ である.

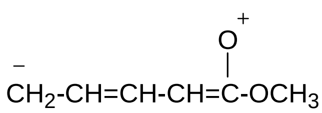
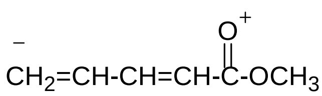


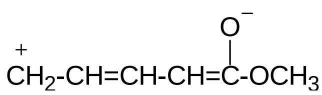
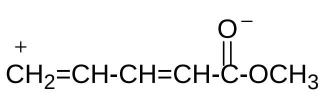
a　b　c　d

① a と b　② a と c　③ a と d　④ b と c　⑤ b と d　⑥ c と d

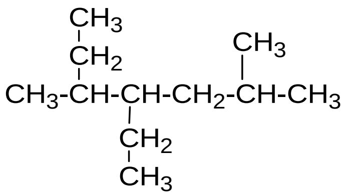
6. 次の化合物において，曲がった矢印で示されるように電子が移動した時に得られる構造で正しいものは $\boxed{\text{B4}}$ である.



① 
② 

③ 
④ 

7.　次の化合物の IUPAC 名で正しいものは $\boxed{\text{B5}}$ である.



① 4-エチル-3,6-ジメチルヘプタン　② 4-エチル-2,5-ジメチルヘプタン

③ 2,3-ジエチル-5-メチルヘキサン　④ 4,5-ジエチル-2-メチルヘキサン

8.　塩化アルミニウム($AlCl_3$)の存在下，ベンゼンをハロゲン化アルキルと反応させるとアルキルベンゼンが生成する．ハロゲン化アルキルとして 2-クロロプロパンを用いた場合の生成物は $\boxed{\text{B6}}$ である．しかし 1-クロロプロパンを用いると $\boxed{\text{B7}}$ と $\boxed{\text{B8}}$ が同時に得られる．前者ははじめに生成したカルボカチオン様化学種が反応した生成物であり，後者はこれがより安定なカルボカチオンに $\boxed{\text{B9}}$ してから反応した生成物である．下線部の反応において，ベンゼンの代わりにトルエンを用いると $\boxed{\text{BX}}$ 位の反応が優先して起こる．

① $C_6H_5CH_2CH_2CH_3$　② $C_6H_5\overset{CH_3}{C}HCH_3$　③ $C_6H_5CH{=}CHCH_3$　④ $C_6H_5\overset{CH_3}{C}{=}CH_2$

⑤ $C_6H_5CH_2CH{=}CH_2$　⑥ 共鳴　⑦ 活性化　⑧ 転位　⑨ 非局在化

⑩ 混成　⑪ オルトとメタ　⑫ オルトとパラ　⑬ メタとパラ

9. アセトアルデヒドを水酸化ナトリウムのような塩基の存在下で反応させると, 2 分子のアセトアルデヒドが結合し, $\boxed{\text{C1}}$ の構造式を持つ化合物が生成する．この反応は $\boxed{\text{C2}}$ 反応として知られている．これはカルボニル基の $\boxed{\text{C3}}$ 位水素が比較的高い酸性を持つことに起因する反応である．

① $HOCH_2CH_2CH_2CHO$　② $CH_3\overset{\overset{OH}{|}}{C}HCH_2CHO$　③ $CH_3CH_2\overset{\overset{OH}{|}}{C}HCHO$

④ $CH_3\underset{\underset{CH_3}{|}}{\overset{\overset{OH}{|}}{C}}CHO$　⑤ $CH_3\overset{\overset{CH_2OH}{|}}{C}HCHO$　⑥ Wittig　⑦ Grignard　⑧ Wolff-Kishner

⑨ アルドール　⑩ Friedel-Crafts　⑪ α　⑫ β　⑬ γ

＜試験を終えた学生のみなさんへ＞

　統一テストは入学試験や定期試験のように合否を決める試験ではありません。あくまでも、本学工学部の 1 年次を終了した学生であれば身に付けておいて欲しい数学・物理学・化学の基礎学力を測る試験です。つまり、出題された問題は全て、学生のみなさんに出来て欲しいものばかりです。分からなかった問題について、また、選択しなかった問題についても、教科書等を見ながら再度考えてみてください。統一テストを受験することにより、そして試験成績を知ることにより、自分自身の理数系基礎学力を客観的に振り返り、次の学習へと役立てることを期待しています。

＊統一テストの内容に関する意見を工学教育院の問合せメールアドレスにお寄せください。

工学教育院 HP　http://www.iee.eng.tohoku.ac.jp/

問合せメールアドレス　eng-edu@grp.tohoku.ac.jp