

平成 31 年度 統一テスト

(理数基礎学力到達度テスト)

＜問題冊子②＞選択問題

大問 2 (数学②) 大問 3 (数学③)
大問 4 (物理学①) 大問 5 (物理学②)
大問 6 (化学①) 大問 7 (化学②) 大問 8 (化学③)

試験時間 14:15～16:15

＊解答開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません＊

【問題を選択する際の注意】

1. 以下の問題選択ルールに従い、大問 7 問のうち 4 問に解答すること.

- a) 物理学、化学からそれぞれ 1 問は解答すること.
- b) 化学を 3 問とも選択することはできない.

2. したがって、選択問題の解答パターンは下記の 4 つのみとなる.

数学 2 問－物理学 1 問－化学 1 問

数学 1 問－物理学 2 問－化学 1 問

数学 1 問－物理学 1 問－化学 2 問

数学 0 問－物理学 2 問－化学 2 問

【解答する際の注意】

1. 大問 1 問につき解答用紙 1 枚（裏面もあり）を用いること.

2. マーク式解答と記述式解答の混合なので注意すること（マーク式のみの大問もあり）.

3. 解答の仕方に特に指示が無い場合は、問題文の A1，A2，・・・にあてはまるものを該当する解答群（選択肢）から選び、選択肢の番号①，②・・・で答えること.
同じ選択肢が複数回あてはまることもある.

4. 問題に関する質問は、汚損で読めない等以外は原則認めない.

大問2（数学②）

1. $\mathbf{R}^3$ の部分空間 W の生成系を $\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} \alpha - 3 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ とし, これ

らを列ベクトル表示した 3 次正方行列を $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3]$ とする. この A を用いた連立

1 次方程式を $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2\alpha - 1 \\ 2 - \alpha \\ \alpha - 2 \end{bmatrix}$ とし, 係数行列の階数を $\text{rank } A$, 拡大

係数行列の階数を $\text{rank } [A \mid \mathbf{b}]$, さらに $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ で張られる W の次元を $\dim W$ で表すものとする.

(1) $\alpha = \boxed{\text{A1}}$ のときは $\text{rank } A = \boxed{\text{A2}} \ \boxed{\text{A3}} \dim W$ となり, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ は $\boxed{\text{A4}}$ であり, $\mathbf{R}^3$ の 1 組の $\boxed{\text{A5}}$. ここで, $\text{rank } A \boxed{\text{A6}} \text{rank } [A \mid \mathbf{b}]$ であるので, $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ は $\boxed{\text{A7}}$. よって, $x = \boxed{\text{A8}}$, $y = 3$, $z = \boxed{\text{A9}}$ となる.

(2) $\alpha \neq \boxed{\text{A1}}$ のときは $\text{rank } A = \boxed{\text{AX}} \ \boxed{\text{B1}} \dim W$ となり, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ は $\boxed{\text{B2}}$ であり, $\mathbf{a}_3$ は $\mathbf{a}_1$ と $\mathbf{a}_2$ の張る空間に $\boxed{\text{B3}}$. ここで, $\text{rank } A \boxed{\text{B4}} \text{rank } [A \mid \mathbf{b}]$ であるので, $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ は $\boxed{\text{B5}}$. よって, $x = \boxed{\text{B6}}$, $y = \boxed{\text{B7}}$, $z = \boxed{\text{B8}}$ となる.

$\boxed{\text{A1}} \ \boxed{\text{A2}} \ \boxed{\text{A8}} \ \boxed{\text{A9}} \ \boxed{\text{AX}} \ \boxed{\text{B6}} \ \boxed{\text{B7}} \ \boxed{\text{B8}}$ の解答群 (t : 任意定数) _____

① -5	② -4	③ -3	④ -2	⑤ -1	⑥ 1
⑦ 2	⑧ 3	⑨ 5	⑩ 6	⑪ $-3t$	⑫ t
⑬ $2t$	⑭ $3t$	⑮ $\alpha - 2$	⑯ $\alpha - 1$	⑰ $\alpha + 1$	⑱ $\alpha + 2$

$\boxed{\text{A3}} \ \boxed{\text{A6}} \ \boxed{\text{B1}} \ \boxed{\text{B4}}$ の解答群 _____

① $\neq$	② $\simeq$	③ $=$	④ $<$	⑤ $>$	⑥ $\in$
----------	------------	-------	-------	-------	---------

$\boxed{\text{A4}} \ \boxed{\text{A5}} \ \boxed{\text{A7}} \ \boxed{\text{B2}} \ \boxed{\text{B3}} \ \boxed{\text{B5}}$ の解答群 _____

① 1 次写像 ② 1 次独立 ③ 1 次従属 ④ 核となる ⑤ 基底となる
 ⑥ 基底とならない ⑦ 属する ⑧ 属さない ⑨ 直交する ⑩ 解をもたない
 ⑪ 自明な解をもつ ⑫ ただ 1 つの解をもつ ⑬ 無数の解をもつ ⑭ 一般解をもつ

2. n 次正則行列 B の行列式 $|B|$, 逆行列 B^{-1} , 余因子行列 $\tilde{B}$ を連立 1 次方程式 $Bx=b$,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad \text{の解法に適用すると, } x = \boxed{\text{B9}} \tilde{B} b \quad \text{となるが, この解を}$$

行列式のみで表してみる. そこで, 両辺の i ($1 \leq i \leq n$) 成分を比較すると $\tilde{B} b$ の i 成分は, 係数行列 B の第 i 列を $\boxed{\text{BX}}$ の成分で置き換えた行列 B_i の行列式 $|B_i|$ を, 第 i 列で余因子展開した形になっている. したがって, $Bx=b$ の解は $x_i = \boxed{\text{C1}} \boxed{\text{C2}}$ で与えられる.

$$\text{以上をもとに, } B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{の場合について具体的に計算す}$$

$$\text{ると, } |B| = \boxed{\text{C3}}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} \boxed{\text{C4}} & \boxed{\text{C5}} & -2 \\ \boxed{\text{C6}} & \boxed{\text{C7}} & \boxed{\text{C8}} \\ \boxed{\text{C9}} & \boxed{\text{CX}} & \boxed{\text{D1}} \end{bmatrix} \quad \text{となるが, 連立 1 次方程式の}$$

$$\text{解の一例としては, } x_2 = \boxed{\text{D2}} \mid \boxed{\text{D3}} \quad \boxed{\text{D4}} \quad \boxed{\text{D5}} \mid = \boxed{\text{D6}} \quad \text{と求められる.}$$

$\boxed{\text{B9}} \sim \boxed{\text{C2}}$ の解答群 _____

- | | | | | | |
|---------------|-----------------|--------------------|----------------------|----------------|--------------|
| ① B | ② $ B $ | ③ $ B ^2$ | ④ B^{-1} | ⑤ $ B ^{-1}$ | ⑥ $ B ^{-2}$ |
| ⑦ $\tilde{B}$ | ⑧ $ \tilde{B} $ | ⑨ $\tilde{B}^{-1}$ | ⑩ $ \tilde{B} ^{-1}$ | ⑪ B_i | ⑫ $ B_i $ |
| ⑬ B_i^{-1} | ⑭ $ B_i ^{-1}$ | ⑮ x | ⑯ b | ⑰ $x \times b$ | |

$\boxed{\text{C3}} \sim \boxed{\text{D6}}$ の解答群 _____

- | | | | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|--------|--------|------------------|
| ① -8 | ② -6 | ③ -4 | ④ -2 | ⑤ -1 | ⑥ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑦ $-\frac{1}{4}$ | ⑧ $\frac{1}{4}$ | ⑨ $\frac{1}{2}$ | ⑩ 1 | ⑪ 2 | ⑫ 4 |
| | | 1 | 0 | 1 | 3 |
| ⑬ 6 | ⑭ 8 | ⑮ 1 | ⑯ -2 | ⑰ -4 | ⑱ 0 |
| | | 0 | -1 | -1 | -1 |
| -2 | 4 | | | | |
| ⑲ 8 | ⑳ 0 | | | | |
| 4 | -1 | | | | |

3. 固有値 λ をもつ正方行列を $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ とすると, 固有値は $\lambda =$ D7, D8

と求められる. これより固有ベクトルを求めると, 正規直交基底の 1 つの組は選択肢の番号の若い順に $\{\text{D9}, \text{DX}, \text{E1}\}$ となる. この正規直交基底から成る行列 P

を用いれば, 変数変換 $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$ により, 2 次形式 $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2yz$

の標準形は, $f(x, y, z) =$ E2 X^2 E3 Y^2 E4 Z^2 のように得られる. また, 固有値が E5 であることより, この 2 次形式は E6 であると判定できる.

D7 D8 の解答群 _____

- | | | | | |
|------|-----------|----------|-----------|------------|
| ① -5 | ② -4 | ③ -3 | ④ -3 (重解) | ⑤ -2 |
| ⑥ -1 | ⑦ -1 (重解) | ⑧ 1 | ⑨ 1 (重解) | ⑩ 1 (3 重解) |
| ⑪ 2 | ⑫ 3 | ⑬ 3 (重解) | ⑭ 4 | ⑮ 5 |

D9 ~ E1 の解答群 _____

- | | | | | | |
|---|---|--|--|---|--|
| ① $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | ② $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}$ | ③ $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ | ④ $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$ | ⑤ $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$ | ⑥ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ |
| ⑦ $\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ | ⑧ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ | ⑨ $\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$ | ⑩ $\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ | ⑪ $\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$ | ⑫ $\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ |

E2 ~ E6 の解答群 _____

- | | | | | |
|-----------|------------|-----------|--------|------------|
| ① -5 | ② -4 | ③ -3 | ④ -2 | ⑤ -1 |
| ⑥ 0 | ⑦ +1 | ⑧ +2 | ⑨ +3 | ⑩ +4 |
| ⑪ +5 | ⑫ すべて負 | ⑬ すべて正 | ⑭ 正負混在 | ⑮ 半負 (定) 値 |
| ⑯ 負 (定) 値 | ⑰ 半正 (定) 値 | ⑱ 正 (定) 値 | ⑲ 不定 | |

大問 3 (数学③)

次の各問に答えなさい。なお、空欄の中には通常の様式では不要な「1」や「0」が当てはまる
ことがある。その場合も、式が成り立つために必要なものとして選択し、解答すること。分
数の分母分子とも空欄である問いに 0 を答える場合には「 0/1 」を、1 を答える場合には
「 1/1 」を、-1 を答える場合は「 -1/1 」で答えなさい。

1. 次の各問に答えなさい。

(1) $\frac{d}{dx} \cos^{-1} x$ を求めなさい。解答は途中経過を含めて、解答用紙裏面の記述解答欄 1
に書きなさい。

$$(2) \frac{d}{dx} \cos^{-1}(\sin x) = \begin{cases} \boxed{\text{A1}} & (0 \leq x < \boxed{\text{A2}} / \boxed{\text{A3}}) \\ \boxed{\text{A4}} & (x = \boxed{\text{A2}} / \boxed{\text{A3}}) \\ \boxed{\text{A5}} & (\boxed{\text{A2}} / \boxed{\text{A3}} \leq x < \boxed{\text{A6}} / \boxed{\text{A7}}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。

(3) $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin 3x \, dx = \boxed{\text{A8}} / \boxed{\text{A9}}$

A1 ～ A9 の選択肢 _____				
① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 10
⑪ 0	⑫ -1	⑬ π	⑭ π^2	⑮ ∞
⑯ 定義されない				

2. 次のように定義されている関数 $f(x, y)$ に関する以下の各問に答えなさい. ここに, f_x, f_y は $f(x, y)$ の x, y それぞれについての偏導関数を, f_{xy} は f_x を y で, f_{yx} は f_y を x で偏微分したものを表す.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} & (x \neq 0, y \neq 0) \\ g & (x = 0, y = 0) \end{cases}$$

(1) $f(0, 0) = \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} = g$ であるとする, $g = \boxed{\text{AX}}$ である.

以下の偏微分を定義通りに計算する.

(2) $f_x(0, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h, y) - f(0, y)}{h} = \boxed{\text{B1}}$

(3) $f_y(x, 0) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(\boxed{\text{B2}}, \boxed{\text{B3}}) - f(\boxed{\text{B4}}, \boxed{\text{B5}})}{k} = \boxed{\text{B6}}$

(4) $f_{xy}(0, 0) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f_x(\boxed{\text{B7}}, \boxed{\text{B8}}) - f_x(\boxed{\text{B9}}, \boxed{\text{BX}})}{k} = \boxed{\text{C1}}$

(5) 同様にして,

$f_{yx}(0, 0) = \boxed{\text{C2}}$

(4)と(5)の結果は, $f(x, y)$ が C^2 級でないことに対応している.

$\boxed{\text{AX}} \sim \boxed{\text{C2}}$ の選択肢				
① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 10
⑪ 0	⑫ -1	⑬ x	⑭ y	⑮ x^2
⑯ y^2	⑰ h	⑱ k	⑲ ∞	

3. 次の各問に答えなさい.

(1) xy 平面上の領域 D_1 が, 極座標で $r - 2 \leq 0$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) と表されている. これを, x, y を用いて表しなさい.

$$(x + \boxed{\text{C3}})^{\boxed{\text{C4}}} + (y + \boxed{\text{C5}})^{\boxed{\text{C6}}} \leq \boxed{\text{C7}}$$

(2) xy 平面上の領域 D_2 が, 極座標で $r - 2 \cos \theta \geq 0$ ($-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$) と表されている. これを, x, y を用いて表しなさい.

$$(x + \boxed{\text{C8}})^{\boxed{\text{C9}}} + (y + \boxed{\text{CX}})^{\boxed{\text{D1}}} \geq \boxed{\text{D2}}$$

(3) D_1 かつ D_2 である領域 D を, 解答用紙裏面の記述解答欄 2 に図示しなさい.

$$(4) \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

$$= \int_0^{2\pi} \theta^{\boxed{\text{D3}}} d\theta \int_{\boxed{\text{D4}}}^{\boxed{\text{D5}}} r^{\boxed{\text{D6}}} dr - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \theta^{\boxed{\text{D7}}} d\theta \int_{\boxed{\text{D8}}}^{\boxed{\text{D9}}} r^{\boxed{\text{DX}}} dr$$

$$= \boxed{\text{E1}} \pi / \boxed{\text{E2}} - \boxed{\text{E3}} / \boxed{\text{E4}}$$

C3 ～ **D2** , **E1** ～ **E4** の選択肢 _____

- | | | | | |
|------|------|------|------|--------|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 10 |
| ⑪ 12 | ⑫ 16 | ⑬ 20 | ⑭ 24 | ⑮ 28 |
| ⑯ 32 | ⑰ 36 | ⑱ 40 | ⑲ 0 | ⑳ -1 |
-

D3 ～ **DX** の選択肢 _____

- | | | | | |
|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|--------------|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 | ④ 4 | ⑤ 5 |
| ⑥ 6 | ⑦ 7 | ⑧ 8 | ⑨ 9 | ⑩ 10 |
| ⑪ 0 | ⑫ -1 | ⑬ θ | ⑭ 2θ | ⑮ θ^2 |
| ⑯ $\cos \theta$ | ⑰ $2 \cos \theta$ | ⑱ $\sin \theta$ | ⑲ $2 \sin \theta$ | ⑳ ∞ |
-

大問 4 (物理学①)

ニュートン力学の基本法則と物体の運動に関する以下の問いに答えよ．直交座標系（右手系） x 軸， y 軸， z 軸を使用する．ベクトル量を太字 $\mathbf{X}$ ，その大きさを X と表記する．以下の空枠にあう適切な数字を解答用紙に記せ．

1. 質量 M の質点が速度 $\mathbf{v}$ で運動しているとき，その運動量 $\mathbf{p}$ は A1 である．質点に力 $\mathbf{F}$ が時刻 t から微小時間 Δt だけ作用したときの運動量変化 $\Delta \mathbf{p}$ は $\Delta \mathbf{p} =$ A2 となる．A2 はこの質点に作用した A3 である．時刻 t における速度が $\mathbf{v}$ であれば時刻 $t + \Delta t$ における質点の速度は A4 となる．

力 $\mathbf{F}$ が座標 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ にある質点に作用する時，質点の運動方程式は次式となる．

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\text{ A5 }) = \text{ A6 } \quad (1)$$

この質点の運動は x - y 平面内 ($z = 0$) で起こるものとし，力 $\mathbf{F}$ が時間の関数として $\mathbf{F} = \mathbf{A} \sin \omega_F t$ ($\mathbf{A}$ は y 軸正方向の定ベクトル， ω_F は力の角振動数) であるとき， $t=0$ で $\mathbf{r} = (0, 0, 0)$ ， $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$ ($\mathbf{v}_0$ は x 軸正方向の定ベクトルで大きさは v_0) であれば， $t > 0$ におけるこの質点の x 座標， y 座標はそれぞれ

$$x(t) = \text{ A7 } , \quad y(t) = \text{ A8 }$$

となる．

A1～A8 の選択肢

① 力 ② 運動量 ③ 運動エネルギー ④ 力積 ⑤ モーメント

⑥ 慣性モーメント ⑦ $\mathbf{F}$ ⑧ $\mathbf{r}$ ⑨ $\mathbf{F} \Delta t$ ⑩ $M \mathbf{v}$ ⑪ $\frac{1}{2} M \mathbf{v}^2$ ⑫ $\mathbf{v}_0 t$

⑬ $\frac{A}{\omega_F^2 M} \cos \omega_F t$ ⑭ $-\frac{A}{\omega_F^2 M} \sin \omega_F t$ ⑮ $\frac{A}{\omega_F M} \left(t + \frac{1}{\omega_F} \sin \omega_F t \right)$

⑯ $\frac{A}{\omega_F M} \left(t - \frac{1}{\omega_F} \sin \omega_F t \right)$ ⑰ $\frac{\mathbf{F} \Delta t}{M}$ ⑱ $\mathbf{v} + \frac{\mathbf{F} \Delta t}{M}$

2. 半径 a 、質量 M の均質な薄い円盤について、静止した直交座標系における x - y 面内の回転運動を考える。図 1 で z 軸は原点 O を通る紙面に垂直手前向きにとる。回転軸は z 軸に固定する。図のように円盤の回転角 θ を定める。

回転の角速度（ベクトル）を $\boldsymbol{\omega}$ ($=\frac{d\theta}{dt}\mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_z$ は z 軸基本ベクトル) とする。

I_0 を円盤の A9 とすれば、この円盤の角運動量 $\mathbf{L}$ は $\mathbf{L} = I_0 \boldsymbol{\omega}$ である。 I_0 を式で表せば、AX となる。

$t < 0$ で、 $\theta = 0$, $\boldsymbol{\omega} = 0$ とする。 $t = 0$ で円盤のへりの点 $(a, 0, 0)$ に微粒子（質量は無視でき、質点とみなす）が y 軸正方向に運動量 $\mathbf{p}_0$ で円盤と接し瞬時に合体する。微粒子が円盤と衝突する前の z 軸周りの角運動量の大きさは B1 で、向きは z 軸の B2 の向きである。微粒子合体の前後で B3 は保存されるから、合体後の円盤の角運動量の大きさは B1 に等しい。したがって合体後の円盤の角速度の大きさは B4 となる。

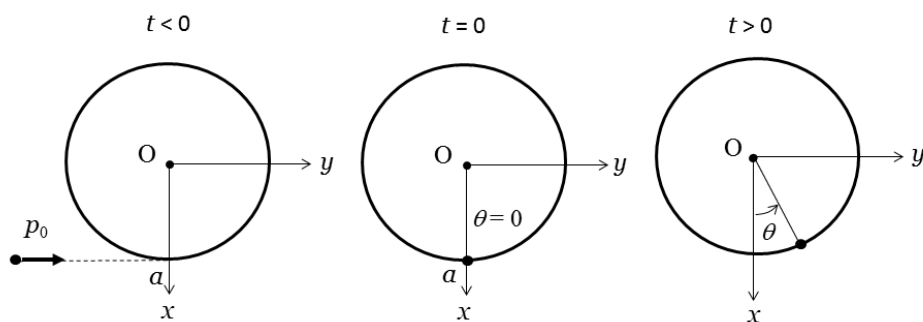


図 1 運動量 $\mathbf{p}_0$ をもっていた微粒子の合体による円盤の運動
(左から順に、衝突前、衝突合体時、合体後を示す.)

A9, AX, B1~B4 の選択肢

① 運動量 ② 角運動量 ③ 運動エネルギー ④ 慣性モーメント

⑤ Ma^2 ⑥ $\frac{1}{2}Ma^2$ ⑦ $\frac{p_0}{a}$ ⑧ ap_0 ⑨ 正 ⑩ 負

⑪ $\frac{p_0}{Ma^3}$ ⑫ $\frac{p_0}{Ma}$ ⑬ $\frac{2p_0}{Ma^3}$ ⑭ $\frac{2p_0}{Ma}$

3. 図2のように板状の物体（質量 M ）がばねで壁につながれており，ばねの平衡長において静止している．ばねはフックの法則に従いばね定数が k で，質量は無視できる．物体の平衡位置を原点として x 軸を右向きに定める．物体は x 軸方向の運動のみ行うものとする．物体と床の間には潤滑剤があり，物体には移動速度に比例する抵抗力が働く．その比例係数を γ とする．

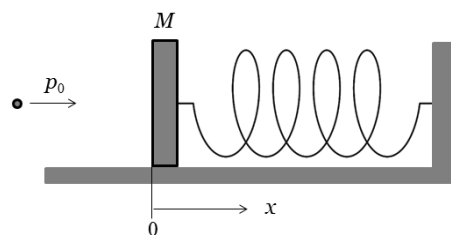


図2 ばねにつながれた物体（質量 M ）とそれに衝突する微粒子

物体の運動方程式は次式となる．物体の位置を $x(t)$ ，移動速度を $v(t)$ とする．

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\text{B5}) = - \text{B6} \frac{d}{dt} (\text{B5}) - \text{B7} \text{B5} \quad (2)$$

$t < 0$ で $x(t) = 0$ ， $v(t) = 0$ である． $t = 0$ で x 軸正方向の運動量 p_0 をもつ微粒子（質点とみなす）が板状物体の重心に向けて衝突し合体したものとする．この微粒子の質量は M に比べて無視して良い．衝突合体直後（ $t = +0$ ）は， $x(0) = 0$ であり，運動量の保存則により物体の初速度 $v_0 (= v(0))$ は $v_0 = \text{B8}$ となる．この初期条件のもとで運動方程式(2)を解く．

$t \geq 0$ で $x(t)$ の特殊解として $\exp(\lambda t)$ （ λ は複素数定数）を用い，初期条件を満たすように解を求める．係数 γ が 0 のとき物体は振動運動を行い，その角振動数を ω_0 とすれば $\omega_0 = \text{B9}$ となる． $\gamma > 0$ のとき，物体の運動が振動的になる条件は $\gamma < \text{BX}$ である．その角振動数を ω ， $\lambda = -s \pm i\omega$ （ s は正の実数， i は虚数単位）とおくと

$$s = \text{C1}, \quad \omega = \omega_0 \text{C2}$$

となる．よって $t \geq 0$ における $x(t)$ は実数関数なので，

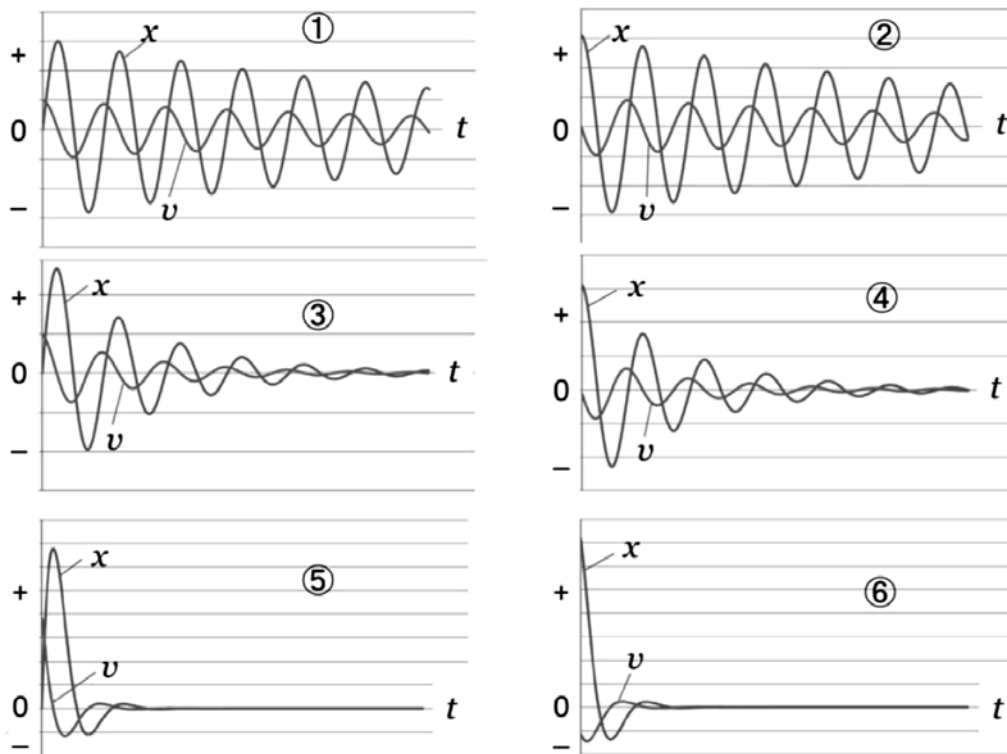
$$x(t) = \text{C3} \exp(-st) \text{C4}$$

となる． C3 は定数である． $\gamma < \text{BX}$ のときに $x(t)$ と $v(t)$ を図示すれば C5 となる．

B5~BX, C1~C4 の選択肢

- ① $v(t)$ ② M ③ $x(t)$ ④ k ⑤ $2\sqrt{kM}$ ⑥ $\sqrt{kM}$
- ⑦ γ ⑧ $\frac{p_0}{M}$ ⑨ $\frac{2p_0}{M}$ ⑩ $\sqrt{\frac{k}{M}}$ ⑪ $\sqrt{\frac{M}{k}}$ ⑫ $\frac{\gamma}{2M}$
- ⑬ $\frac{\gamma}{M}$ ⑭ $\sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{kM}}$ ⑮ $\sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{4kM}}$ ⑯ $\frac{p_0}{\omega M}$ ⑰ $\frac{p_0}{2\omega M}$
- ⑱ $\cos \omega t$ ⑲ $\sin \omega t$ ⑳ $\sin \omega t - \frac{s}{\omega} \cos \omega t$

C5 の選択肢



大問 5 (物理学②)

1. 体積弾性率 k , ヤング率 $E = 9.8 \times 10^{10} \text{ Pa}$, ポアッソン比 $\nu = 0.375$ を有する物質からなる, 直径 $D = 1 \text{ m}$ の固体球を深さ 10000 m の海中に沈めた. 重力加速度を $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ とし, 海水の密度 ρ は 0°C 1 気圧における純水のそれと等しいとせよ. 以下の各問に答えよ.
- (1) SI 単位系では圧力の単位は Pa で与えられる. Pa を長さ, 質量, 時間の SI 単位で表すと, $1 \text{ Pa} = 1 \text{ m}^l \cdot \text{kg}^n \cdot \text{s}^q$ となる. ここで $l = \boxed{\text{A1}}$, $n = \boxed{\text{A2}}$, $q = \boxed{\text{A3}}$ である.
- (2) 海中の水圧は深さが約 $\boxed{\text{A4}}$ m 増すごとに 1 気圧増加する. このことを用い, 深さ 10000 m の海中における水圧は約 $\boxed{\text{A5}}$ 気圧と推定される. より正確には, 水深 h の海中の水圧 p は $p = \boxed{\text{A6}}$ + 大気圧 と表される. しかし $h = 10000 \text{ m}$ の場合, 大気圧の寄与は海水の重力による寄与より約 $\boxed{\text{A7}}$ 桁も低いのでこれを無視すれば, p の値は $9.8 \times 10^n \text{ Pa}$, $n = \boxed{\text{A8}}$ と与えられる.
- (3) 球の直径を D , 体積を V , 球に圧力 p を印加することに伴う直径と体積の変化をそれぞれ ΔD , ΔV とするとき, $\frac{\Delta V}{V}$ と $\frac{\Delta D}{D}$ の間には $\frac{\Delta V}{V} = \boxed{\text{A9}} \frac{\Delta D}{D}$ なる関係がある. 一方, 体積変化に関するフックの法則は体積弾性率を用いて $p = -k \frac{\Delta V}{V}$ で与えられるから, p と $\frac{\Delta D}{D}$ の間には $p = -\boxed{\text{A9}} k \frac{\Delta D}{D}$ なる関係が成立する.
- (4) 前問の結果より, ΔD は $\Delta D = -\frac{p}{k} D / \boxed{\text{A9}}$ と与えられる. 一方, 応力による固体変形に関わる弾性定数の間には $E = -3k(2\nu - 1)$ なる関係があることが知られている. これらより, 問題文に与えられた数値を用いると, ΔD は $\Delta D = \boxed{\text{AX}} \boxed{\text{B1}}$ と求められる.

A1～A5, A7～A9 の選択肢

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1 ⑥ 2 ⑦ 3
⑧ 4 ⑨ 5 ⑩ 6 ⑪ 7 ⑫ 8 ⑬ 9
⑭ 0.1 ⑮ 10 ⑯ 100 ⑰ 1000 ⑱ 10000

A6, AX の選択肢

- ① $\rho g/h$ ② ρgh ③ $\rho h/g$ ④ gh/ρ ⑤ $\sqrt{\rho gh}$
⑥ -0.25 ⑦ 0.25 ⑧ -2.5 ⑨ 2.5 ⑩ -25 ⑪ 25

B1 の選択肢

- ① km ② cm ③ mm ④ μm ⑤ nm ⑥ pm

2. 底に半径 r の円形小孔が空いた容器がある．以下の問に答えよ．重力加速度を g ，水の密度を ρ ，表面張力を γ とせよ．

- (1) 一般に表面張力 γ を有する液体が曲率半径 R の気液界面を形成する時，液体側の圧力は外界の圧力より $\frac{2\gamma}{R}$ だけ高い．いま，この容器の小孔の下に半径 r の半球液滴が形成されているとすると，小孔から漏れないように容器に入れることのできる水の最大高さ h_c として **B2** を得る． $r=1\text{ mm}$ ， $\gamma=72.8\times 10^{-3}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ とするとき， $h_c=\text{B3} cm である．ここで高さが h_c より大きな容器を考える．この容器内に水を h ($>h_c$) の高さまで入れ，静かに水を流出させた．水の高さが x になった時の小孔における水の速さを v とする．このとき水面上の任意の一点と小孔内の一点を結ぶ流線を考え **B4** の定理を適用することにより，速度 v は $v=\text{B5}$ で与えられる．$

- (2) 容器が一樣断面積 A を持つ円筒形である場合を考える．容器内の水の高さが x になった時刻を t ，時刻 t から微小時間 dt が経過した時刻 $t+dt$ における水の高さを $x+dx$ とする．小孔の面積を a とし、前問(1)の水の速さ v を用いると，時間 dt の間に容器から流れ出た流体に関する質量保存則より，

$$-\rho \text{ B6 } dx = \rho \text{ B7 } dt$$

なる関係が得られる．これより微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = - \text{ B8 } \text{ B5 }$$

が与えられる．時刻 $t=0$ における水の高さが h であったとして，この微分方程式を解くと， x は t の関数として

$$x = h \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^m, \tau = \text{ BX }, m = \text{ C1 }$$

と与えられる．縦軸に x/h ，横軸に t/τ をとって両者の関係を図示すると図 **C2** の形となる．

- (3) 次に，容器の断面積 A が，底からの高さ x の関数 $A(x)$ として変化する場合を考える．水面の下がる速さが一定値 V_0 (>0) となるようにするには， $A(x) = \text{ C3 }$ とすればよい．この原理を使って水時計を作ることができる．例えばこのような容器の底に半径 $r=1\text{ mm}$ の小孔を開け， $t=0$ で h だった水の高さが，一定の速さ $V_0=10\text{ cm/時}$ で低下し， $t=12\text{ 時間}$ でゼロになるようにするには， $A(h) = \text{ C4 } \text{ cm}^2$ とすればよい．ただし水の表面張力は無視でき，水は，高さがゼロになるまで止まることなく流れ続けるものとする．

B2~B4 の選択肢

- ① $\gamma/\rho g r$ ② $2\gamma/\rho g r$ ③ $\gamma/2\rho g r$ ④ 1.0 ⑤ 1.5 ⑥ 2.0 ⑦ 2.5
 ⑧ ピトー ⑨ ベルヌーイ ⑩ ベンチュリー ⑪ マグヌス
 ⑫ レイノルズ ⑬ ストークス ⑭ ハーゲン・ポアズイユ
 ⑮ ニュートンの粘性

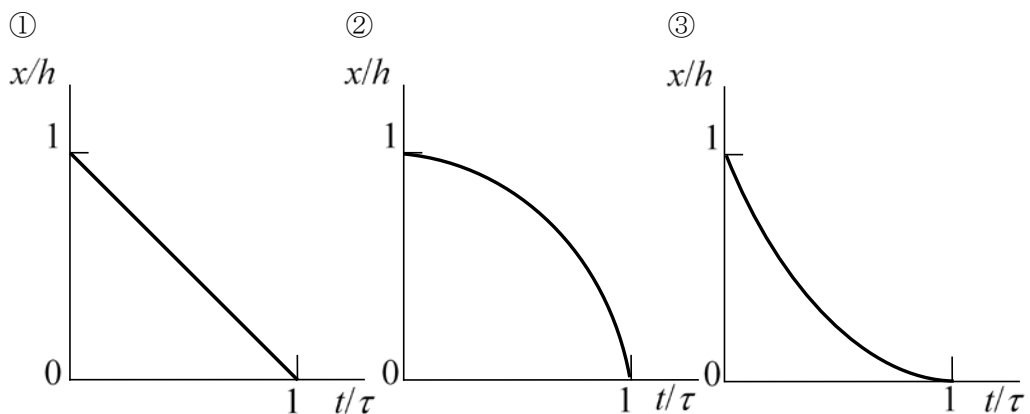
B5~B9 の選択肢

- ① $\sqrt{gx}$ ② $\sqrt{2gx}$ ③ $\sqrt{3gx}$ ④ $\sqrt{gx/2}$ ⑤ $\sqrt{gx/3}$ ⑥ $Ag t$ ⑦ $ag t$
 ⑧ Av ⑨ av ⑩ A ⑪ a ⑫ A/a ⑬ a/A ⑭ $-$ ⑮ $+$

BX, C1, C3, C4 の選択肢

- ① $(A/a)\sqrt{h/2g}$ ② $(A/a)\sqrt{2h/g}$ ③ $(a/A)\sqrt{h/2g}$ ④ $(a/A)\sqrt{2h/g}$
 ⑤ -2 ⑥ -1 ⑦ 0 ⑧ 1 ⑨ 2 ⑩ $(a/V_0)\sqrt{2gx}$ ⑪ $(a/V_0)\sqrt{gx}$
 ⑫ $(A/V_0)\sqrt{2gx}$ ⑬ $(A/V_0)\sqrt{gx}$ ⑭ 5.5 ⑮ 55 ⑯ 550 ⑰ 5500

C2 の選択肢



大問 6 (化学①)

必要があれば、以下の物理定数値を使うこと．

プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

電子の質量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

電子の電荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

真空中での光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

1. 電子の波動性に関する以下の文章を読み、設問 (1)～(5)に答えよ．

アインシュタインの相対性理論によれば、光子の運動量を p 、速度を c 、エネルギーを E とすると次の式が成立する．

A1

1)

またプランクの理論によれば、振動数を ν とすると、エネルギーは次のように A2 されている．

$$E = h\nu$$

2)

式 1)および式 2)の関係を使うと、波長 λ を次のように表すことができる．

A3

3)

以上は光子に関する式であるが、ド・ブロイは運動量 p をもつ粒子すべてに対して適用できると考え、運動する粒子は波長 λ の波を伴うと考えた．これを A4 という．この考えに基づくと、200 kV で加速した電子線は波長 A5 の波を伴うことになる．このような高電圧で加速させた電子線を利用する顕微鏡が電子顕微鏡であり、光学顕微鏡よりも高い分解能で材料等を観察できる．

- (1) 空欄 A1 に当てはまる式として最も適切なものを、下の①～④のうちから 1 つ選べ．

① $E = cp$

② $E = cp^2$

③ $E = \frac{c}{p}$

④ $E = \frac{c}{p^2}$

- (2) 空欄 A2 に当てはまる語句として最も適切なものを、下の①～④のうちから 1 つ選べ．

① 電子化

② 量子化

③ 局在化

④ 可視化

(3) 空欄 **A3** に当てはまる最も適切な式を，下の①～④のうちから 1 つ選べ．

① $\lambda = \frac{h}{p}$ ② $\lambda = \frac{h}{p^2}$ ③ $\lambda = hp$ ④ $\lambda = hp^2$

(4) 空欄 **A4** に当てはまる語句として最も適切なものを，下の①～④のうちから 1 つ選べ．

① 電子波 ② 離散波 ③ 状態波 ④ 物質波

(5) 空欄 **A5** に当てはまる数値として最も適切なものを，下の①～⑧のうちから 1 つ選べ．

① 8.80 nm ② 6.22 nm ③ 3.90 nm ④ 2.75 nm
⑤ 8.80 pm ⑥ 6.22 pm ⑦ 3.90 pm ⑧ 2.75 pm

2. 光電効果は、金属に光を当てたときに表面から電子が飛び出す現象である。光電効果に関する以下の記述 $a \sim d$ の正誤に関して、最も適切なものを、下の①～⑯のうちから1つ選べ。 A6

- a 光電子の運動エネルギーは照射光の強さに比例する。
- b 波長に関係なく、強い光（振幅の大きい光）を照射すれば、電子が飛び出す。
- c ある振動数を限界としてそれよりも小さい振動数の光では、強い光を当てても電子は飛び出さない。
- d 光の強さを強くすると、飛び出す光電子が増え、各光電子の運動エネルギーが大きくなる。

- | | |
|------------------|------------------|
| ① すべて正しい | ② a, b, c が正しい |
| ③ a, b, d が正しい | ④ a, c, d が正しい |
| ⑤ b, c, d が正しい | ⑥ a と b が正しい |
| ⑦ a と c が正しい | ⑧ a と d が正しい |
| ⑨ b と c が正しい | ⑩ b と d が正しい |
| ⑪ c と d が正しい | ⑫ a だけ正しい |
| ⑬ b だけ正しい | ⑭ c だけ正しい |
| ⑮ d だけ正しい | ⑯ すべて誤っている |

3. 元素の周期的性質に関連する以下の記述 $a \sim d$ に正しいものが2つある. 最も適切な組み合わせを, 下の①～⑥のうちから1つ選べ. A7

- a 現在の周期表において, 原子番号と原子量の順位が対応しないところがある.
- b 核を覆う内側軌道の電子雲が正電場の一部を中和する現象は遮蔽効果と呼ばれる. この効果によって外側の電子にとどく正電場が強められ, 核の見かけの正電荷が増強したようになる.
- c 第1イオン化エネルギーは, 原子番号順に示すと, 18族の元素でいずれも極大値を示し, アルカリ金属で極小値を示す.
- d 一般にエネルギー準位が縮退している複数の軌道に電子が入るときは, 電子相互の反発を避けるために別々の軌道に異なるスピン量子数で1つずつ配置される.

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| ① a と b | ② a と c | ③ a と d |
| ④ b と c | ⑤ b と d | ⑥ c と d |

4. 等核二原子分子に関連する以下の文章を読み，設問 (1)～(4)に答えよ。

第2周期の元素で構成される等核二原子分子の電子配置を図1に示す．図中のエネルギー準位は，結合軸をx軸としたときのものであり，二原子分子の例としてリチウム(Li₂)のエネルギー準位を示した．

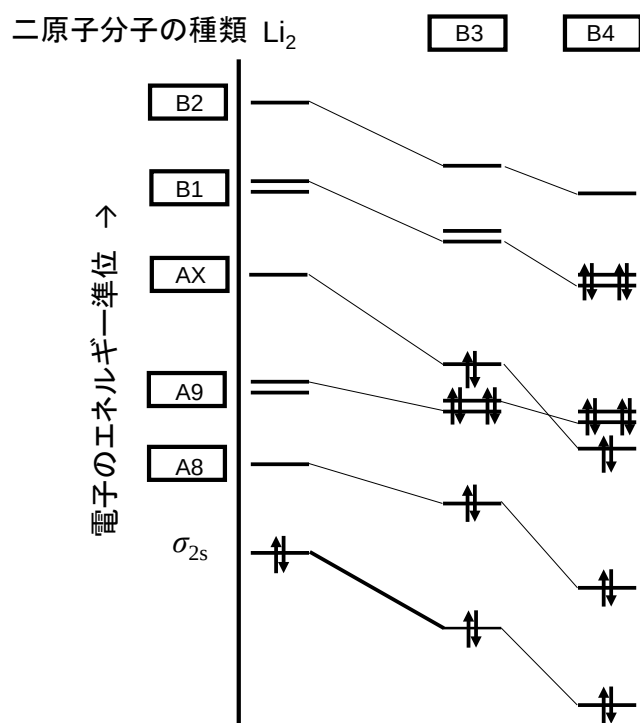


図1 第2周期の元素で構成される等核二原子分子の電子配置

(1) **A8** ～ **B2** に当てはまる記号として最も適切なものを1つずつ，下の①～⑧のうちから選べ．

- | | | | |
|-----------------|-------------------|---------------------------|-------------------------------|
| ① σ_{1s} | ② σ^*_{1s} | ③ σ_{2s} | ④ σ^*_{2s} |
| ⑤ σ_{2p} | ⑥ σ^*_{2p} | ⑦ $\pi_{2py} = \pi_{2pz}$ | ⑧ $\pi^*_{2py} = \pi^*_{2pz}$ |

- (2) **B3** と **B4** に当てはまる等核二原子分子として最も適切なものを①～⑥のうちからそれぞれ1つずつ選べ.

- ① Be_2 ② B_2 ③ C_2 ④ N_2
⑤ O_2 ⑥ F_2

- (3) **B3** と **B4** の結合次数として最も適切な数値を, 下の①～④のうちからそれぞれ1つずつ選べ.

- B3** の結合次数 : **B5**
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

- B4** の結合次数 : **B6**
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

- (4) **B3** の結合エネルギー E_{B3} と **B4** の結合エネルギー E_{B4} の大小関係について最も適切なものを, 下の①～③のうちから1つ選べ. **B7**

- ① $E_{\text{B3}} > E_{\text{B4}}$ ② $E_{\text{B3}} = E_{\text{B4}}$ ③ $E_{\text{B3}} < E_{\text{B4}}$

5. ベンゼン分子に関連する以下の文章を読み、**B8** ～ **C1** に当てはまる記号、語句として最も適切なものを選択肢からそれぞれ1つ選べ。

ベンゼンを構成する炭素原子の混成軌道は **B8** である。ベンゼン分子の炭素原子は、混成軌道の重なりによって正六角形の骨格（ **B9** ）を形成する。この骨格形成に関与しない混成軌道の一端に、それぞれ6つの水素の原子軌道が重なる。各炭素原子の未混成の p_z 軌道は、相互に側面で重なり合って骨格面の上と下にリング状の **BX** を形成する。このようにベンゼンには自由に動き回ることのできる非局在性電子があるので、炭素原子間の結合は **C1** となる。

B8

- ① sp ② sp^2 ③ sp^3

B9

- ① 水素結合 ② 配位結合 ③ π 結合 ④ σ 結合

BX

- ① 水素結合 ② 配位結合 ③ π 結合 ④ σ 結合

C1

- ① 単結合 ② 1.5 重結合 ③ 二重結合
④ 2.5 重結合 ⑤ 三重結合

大問 7 (化学②)

以下の問に答えよ．空欄 **A1** ～ **C3** にあてはまる最も適切なものを，選択肢からそれぞれ1つずつ選べ．ただし，特に指定しない場合は，温度，体積，圧力，エントロピーをそれぞれ T , V , P , S で表す．同様に熱，仕事は Q , W で表し，内部エネルギー，エンタルピー，ギブズ自由エネルギーはそれぞれ U , H , G で表す．

1. 図 1 に示すように，圧力 P ，温度 T の理想気体 A, B が，壁で仕切られた断熱容器にそれぞれ入っている．このとき各気体の物質量を n_A , n_B とし，体積を V_A , V_B とする．理想気体の状態方程式から，

$$V_A = \boxed{\text{A1}}$$

$$V_B = \boxed{\text{A2}}$$

である．また，混合前の全体積は $V = V_A + V_B$ であるとする．

壁を取り除き気体 A と B を混合すると，混合後の全体積は V ，全圧は P ，温度は T のまま変わらなかった．各成分の体積は $V_A \rightarrow V$, $V_B \rightarrow V$ に拡大しており，気体 A, B の分圧 P_A , P_B は混合前の圧力 P より小さくなる． P_A , P_B はそれぞれ

$$P_A = \boxed{\text{A3}}$$

$$P_B = \boxed{\text{A4}}$$

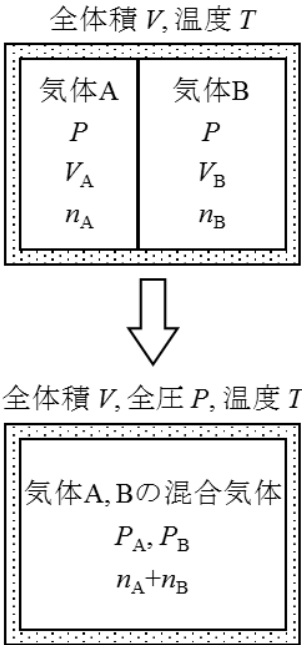


図 1

となる．気体 A, B のモル分率を x_A , x_B で表すとき，気体 A, B の混合前後のギブズ自由エネルギー変化 ΔG_A , ΔG_B はそれぞれ次式で表せる．

$$\Delta G_A = \boxed{\text{A5}}$$

$$\Delta G_B = \boxed{\text{A6}}$$

したがって，混合における全体のギブズ自由エネルギー変化 ΔG_{mix} は

$$\Delta G_{\text{mix}} = \Delta G_A + \Delta G_B$$

となる。さらに、混合気体 1 モルあたりの混合ギブズ自由エネルギー変化 $\Delta\bar{G}_{\text{mix}}$ は

$$\Delta\bar{G}_{\text{mix}} = \boxed{\text{A7}}$$

となる。混合物であればモル分率は 1 よりも小さくなるので、 $\Delta\bar{G}_{\text{mix}}$ は負になる。したがって、理想気体の混合は自発的な変化であることがわかる。また、混合に伴う 1 モルあたりのエントロピー変化 $\Delta\bar{S}_{\text{mix}}$ は

$$\Delta\bar{S}_{\text{mix}} = \boxed{\text{A8}}$$

である。

選択肢

$\boxed{\text{A1}}$, $\boxed{\text{A2}}$, $\boxed{\text{A3}}$, $\boxed{\text{A4}}$

- | | | | | |
|------------|--------------|--------------|-----------|-------------|
| ① $n_A RT$ | ② $n_A RT/P$ | ③ $n_A RT/V$ | ④ $n_A R$ | ⑤ $n_A R/P$ |
| ⑥ $n_B RT$ | ⑦ $n_B RT/P$ | ⑧ $n_B RT/V$ | ⑨ $n_B R$ | ⑩ $n_B R/P$ |

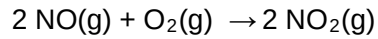
$\boxed{\text{A5}}$, $\boxed{\text{A6}}$

- | | | | |
|---------------------|--------------------|------------------|--------------|
| ① $n_A RT \ln x_A$ | ② $n_A R \ln x_A$ | ③ $n_A \ln x_A$ | ④ $\ln x_A$ |
| ⑤ $-n_A RT \ln x_A$ | ⑥ $-n_A R \ln x_A$ | ⑦ $-n_A \ln x_A$ | ⑧ $-\ln x_A$ |
| ⑨ $n_B RT \ln x_B$ | ⑩ $n_B R \ln x_B$ | ⑪ $n_B \ln x_B$ | ⑫ $\ln x_B$ |
| ⑬ $-n_B RT \ln x_B$ | ⑭ $-n_B R \ln x_B$ | ⑮ $-n_B \ln x_B$ | ⑯ $-\ln x_B$ |

$\boxed{\text{A7}}$, $\boxed{\text{A8}}$

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| ① $\ln x_A + \ln x_B$ | ② $-(\ln x_A + \ln x_B)$ | ③ $R(\ln x_A + \ln x_B)$ |
| ④ $-R(\ln x_A + \ln x_B)$ | ⑤ $RT(\ln x_A + x_B \ln x_B)$ | ⑥ $-RT(\ln x_A + x_B \ln x_B)$ |
| ⑦ $x_A \ln x_A + x_B \ln x_B$ | ⑧ $-(x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$ | ⑨ $R(x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$ |
| ⑩ $-R(x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$ | ⑪ $RT(x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$ | ⑫ $-RT(x_A \ln x_A + x_B \ln x_B)$ |

2. 以下に示す反応が、温度 $T = 298 \text{ K}$ の標準状態において等温・等圧条件下では自発的に進行することを検証する。(g) は気相を表す。



この反応に関与する各成分の標準生成エントロピー ΔS_f° および標準生成エンタルピー ΔH_f° を以下の表で示す。

	NO(g)	O ₂ (g)	NO ₂ (g)
$\Delta S_f^\circ [\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}]$	211	205	240
$\Delta H_f^\circ [\text{kJ mol}^{-1}]$	90.3	0	33.1

まず、この反応の標準反応エントロピー ΔS_r° および標準反応エンタルピー ΔH_r° を求める。

$$\Delta S_r^\circ = \boxed{\text{A9}} \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\Delta H_r^\circ = \boxed{\text{AX}} \text{ kJ mol}^{-1}$$

この反応の標準反応ギブズ自由エネルギー ΔG_r° は、

$$\Delta G_r^\circ = \boxed{\text{B1}} \text{ kJ mol}^{-1}$$

である。 ΔG_r° が負であることから、この反応は、標準状態において自発的に進行する。このとき、この反応が進行している系に注目すると、系のエントロピー変化 ΔS_{sys} は、

$$\Delta S_{\text{sys}} = \boxed{\text{B2}}$$

である。等温・等圧過程においては外界（熱的周囲）からの熱の出入りが存在する。外界のエントロピー変化 ΔS_{sur} は、

$$\Delta S_{\text{sur}} = \boxed{\text{B3}}$$

と表せる。したがって、全体のエントロピー変化 $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{sur}}$ が $\boxed{\text{B4}}$ ために、この反応が自発的に進行していると解釈することもできる。

選択肢

A9, **AX**, **B1**

- ① 384 ② 237 ③ 158 ④ 147 ⑤ 114 ⑥ 70.6
⑦ -384 ⑧ -237 ⑨ -158 ⑩ -147 ⑪ -114 ⑫ -70.6

B2, **B3**

- ① $T\Delta S_r^\circ$ ② $-T\Delta S_r^\circ$ ③ $\Delta H_r^\circ/T$ ④ $-\Delta H_r^\circ/T$
⑤ ΔS_r° ⑥ $-\Delta S_r^\circ$ ⑦ ΔH_r° ⑧ $-\Delta H_r^\circ$

B4

- ① 正になる ② 負になる ③ 0 になる

3. 化学ポテンシャルの微小変化 $d\mu$ を温度 T と圧力 P の関数として次式で表す.

$$d\mu = \boxed{\text{B5}} dT + \boxed{\text{B6}} dP$$

ある純物質の液相および固相のモルエントロピーを S_L および S_S , モル体積を V_L および V_S とする. 固相と液相が平衡にあるとき, 両相の化学ポテンシャルについて $d\mu_L = d\mu_S$ が成り立つことを用いて, 平衡圧の温度依存性を以下のように表すことができる.

$$\frac{dP}{dT} = \boxed{\text{B7}}$$

この純物質 1 モルが, 融点 T_{fus} で固相から液相に相転移したときのモル体積変化を ΔV_{fus} , 融解エンタルピーを ΔH_{fus} とすれば,

$$\frac{dP}{dT} = \boxed{\text{B8}}$$

である. 温度による平衡圧の変化は, 相転移に伴うエンタルピー変化とモル体積の変化に依存する. この式を $\boxed{\text{B9}}$ の式と呼ぶ.

選択肢

B5, **B6**

- ① T ② P ③ V ④ S
 ⑤ $-T$ ⑥ $-P$ ⑦ $-V$ ⑧ $-S$

B7

- ① $S_L - S_S$ ② $V_L - V_S$ ③ $\frac{S_L - S_S}{V_L - V_S}$
 ④ $\frac{V_L - V_S}{S_L - S_S}$ ⑤ $-\frac{S_L - S_S}{V_L - V_S}$ ⑥ $-\frac{V_L - V_S}{S_L - S_S}$

B8

- ① $\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{\Delta V_{\text{fus}}}$ ② $-\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{\Delta V_{\text{fus}}}$ ③ $\frac{\Delta V_{\text{fus}}}{\Delta H_{\text{fus}}}$ ④ $-\frac{\Delta V_{\text{fus}}}{\Delta H_{\text{fus}}}$
 ⑤ $\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{T_{\text{fus}} \Delta V_{\text{fus}}}$ ⑥ $-\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{T_{\text{fus}} \Delta V_{\text{fus}}}$ ⑦ $\frac{T_{\text{fus}} \Delta V_{\text{fus}}}{\Delta H_{\text{fus}}}$ ⑧ $-\frac{T_{\text{fus}} \Delta V_{\text{fus}}}{\Delta H_{\text{fus}}}$
 ⑨ $\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{(T_{\text{fus}})^2 \Delta V_{\text{fus}}}$ ⑩ $-\frac{\Delta H_{\text{fus}}}{(T_{\text{fus}})^2 \Delta V_{\text{fus}}}$ ⑪ $\frac{(T_{\text{fus}})^2 \Delta V_{\text{fus}}}{\Delta H_{\text{fus}}}$ ⑫ $-\frac{(T_{\text{fus}})^2 \Delta V_{\text{fus}}}{\Delta H_{\text{fus}}}$

B9

- ① アレニウス (Arrhenius) ② クラジウス-クラペイロン (Clausius-Clapeyron)
 ③ ヘンリー (Henry) ④ ネルンスト (Nernst)
 ⑤ ラウール (Raoult) ⑥ ファントホッフ (van 't Hoff)

4. 熱力学ではある系に注目し、熱も仕事も外界から系に作用する向きを正にとることができる（図 2）。注目する系で仕事 W が外界から系に作用するとき、外界では仕事 $-W$ が系から外界に作用したことと同義となる。外界から系に作用した仕事 W は体積変化による仕事（膨張仕事， $-P\Delta V$ ）と、非膨張仕事 W_e に分けることができる。非膨張仕事とは、例えば電池のように体積変化をせず、化学エネルギーを直接電気エネルギーに変える場合に伴う有用な仕事のことを意味する。よって、

$$W = -P\Delta V + W_e$$

である。熱力学の第一法則より、外界が系に与える熱 Q 、外界から系に作用する仕事 W および系の内部エネルギー変化 ΔU の関係は

$$\Delta U = Q + W = Q - P\Delta V + W_e$$

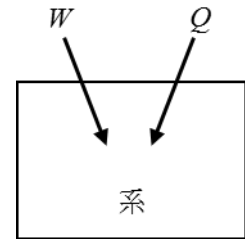


図 2

である。熱力学の第二法則より $T\Delta S \geq Q$ であるから、

$$\boxed{\text{BX}} \leq W_e$$

$\boxed{\text{C1}}$ の条件では

$$\Delta(\boxed{\text{C2}}) \leq W_e$$

$\boxed{\text{C2}}$ は状態関数であるギブズ自由エネルギーの定義であるから、可逆過程の場合に等号が成り立つ。

$$\Delta G = W_e$$

つまり、 $\boxed{\text{C1}}$ の条件で系から外界に作用した最大非膨張仕事は $\boxed{\text{C3}}$ になる。

選択肢

BX

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| ① $\Delta U + P\Delta V + T\Delta S$ | ② $\Delta U + P\Delta V - T\Delta S$ |
| ③ $\Delta U - P\Delta V + T\Delta S$ | ④ $\Delta U - P\Delta V - T\Delta S$ |
| ⑤ $\Delta U + V\Delta P + S\Delta T$ | ⑥ $\Delta U + V\Delta P - S\Delta T$ |
| ⑦ $\Delta U - V\Delta P + S\Delta T$ | ⑧ $\Delta U - V\Delta P - S\Delta T$ |

C1

- | | |
|---------|---------|
| ① 等温 | ② 等圧 |
| ③ 等容 | ④ 断熱 |
| ⑤ 等温・等圧 | ⑥ 等温・等容 |
| ⑦ 等温・断熱 | ⑧ 等圧・断熱 |
| ⑨ 等容・断熱 | |

C2

- ① $U + PV$ ② $U - TS$ ③ $U + PV - TS$ ④ $U - PV + TS$

C3

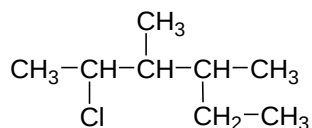
- | | | | |
|----------------|---------------|----------------|---------------|
| ① 0 | ② ΔG | ③ $-\Delta G$ | ④ $P\Delta V$ |
| ⑤ $-P\Delta V$ | ⑥ $T\Delta S$ | ⑦ $-T\Delta S$ | |

大問 8 (化学③)

1. IUPAC 命名法に関して，設問(1)，(2)に答えよ.

(1) 次の化合物の名称として適切なものを，①～④のうちから 1 つ選べ.

A1



- ① 2-クロロ-4-エチル-3-メチルペンタン ② 2-クロロ-3,4-ジメチルヘキサン
 ③ 4-クロロ-2-エチル-3-メチルペンタン ④ 5-クロロ-3,4-ジメチルヘキサン

(2) 次の名称の化合物として適切なものを，①～④のうちから 1 つ選べ.

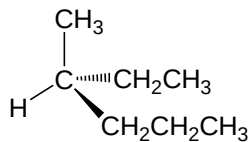
A2

3-メチル-2-ペンタノン

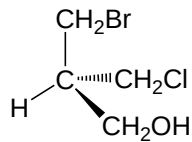
- ① $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3-\text{CH}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\ | \\ \text{OH} \end{array}$ ② $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\ | \\ \text{OH} \end{array}$
 ③ $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3-\text{C}-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\ || \\ \text{O} \end{array}$ ④ $\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH}_3-\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\ || \\ \text{O} \end{array}$

2. 次の化合物 A，B の立体配置として正しい組み合わせを，①～④のうちから 1 つ選べ.

A3



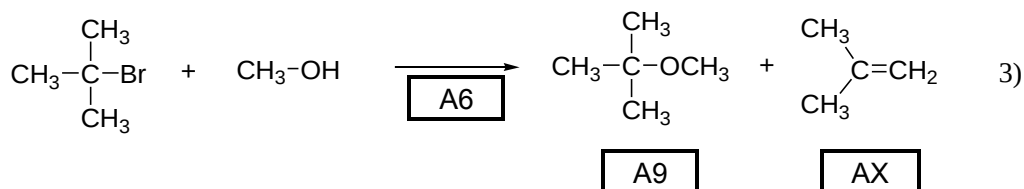
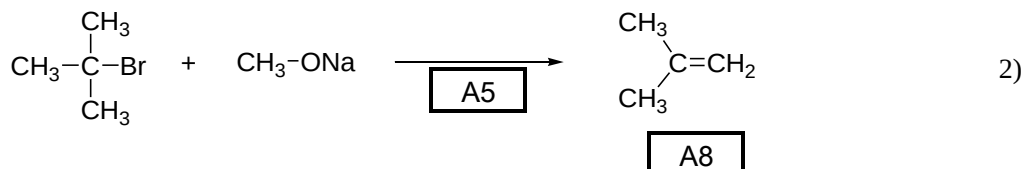
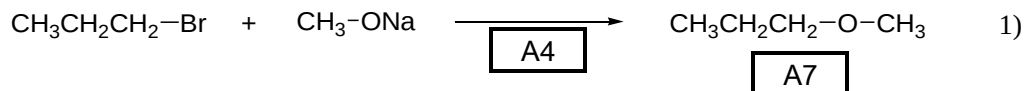
A



B

- ① 化合物 A が S 体，化合物 B が S 体
 ② 化合物 A が S 体，化合物 B が R 体
 ③ 化合物 A が R 体，化合物 B が S 体
 ④ 化合物 A が R 体，化合物 B が R 体

3. 次の化学反応式 1)～3)に関し，設問(1)～(3)に答えよ．なお，解答にあたり同じ選択肢を何度選んでもよい．



- (1) 各反応の反応溶媒として適切なものを，それぞれ1つずつ①～③のうちから選べ．

, ,

- ① ヘキサン ② CH₃-OH ③ $\begin{array}{c} \text{CH}_3\text{-S-CH}_3 \\ || \\ \text{O} \end{array}$

- (2) 各生成物が生成した反応形式を，それぞれ1つずつ①～④のうちから選べ．

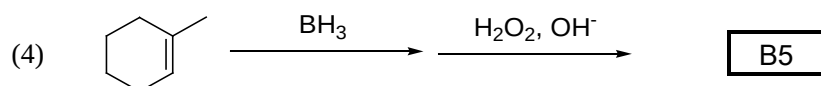
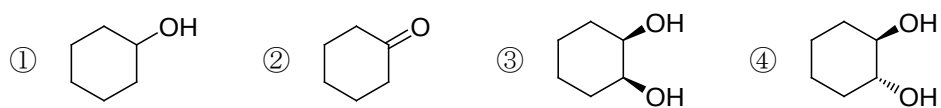
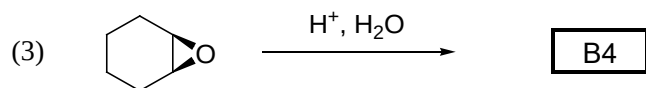
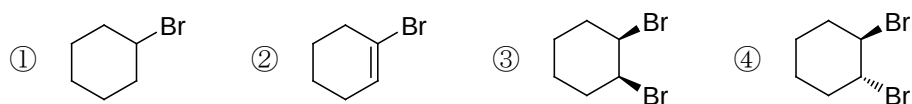
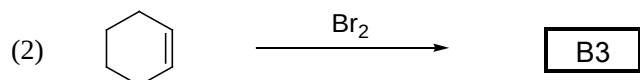
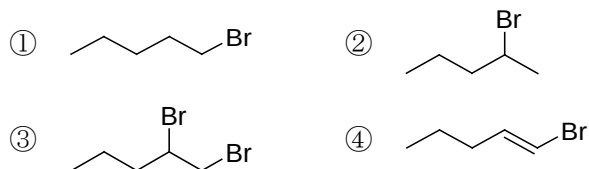
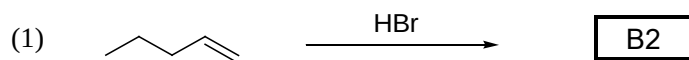
, , ,

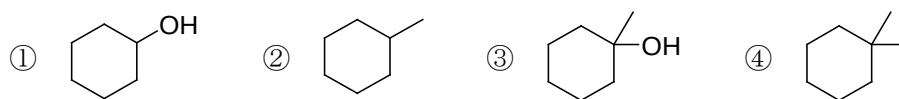
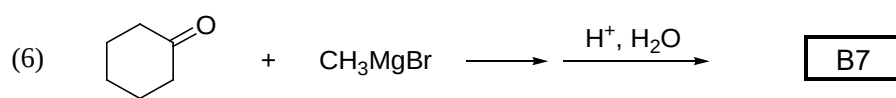
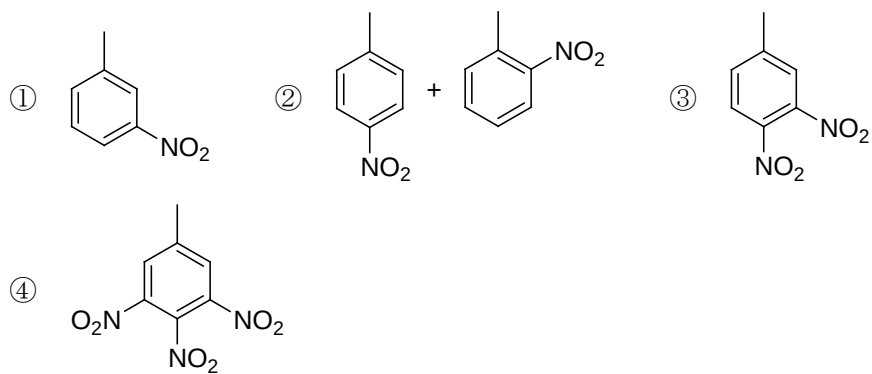
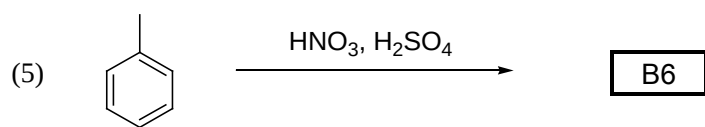
- ① S_N1 反応 ② S_N2 反応 ③ E1 反応 ④ E2 反応

- (3) 式 3)は2つの生成物を与えるが，これらはいずれも共通の中間体または遷移状態を経る．中間体または遷移状態として適切なものを，①～④のうちから1つ選べ．

- ① カルボアニオン中間体 ② カルボカチオン中間体
③ 5 配位炭素遷移状態 ④ ブロモニウムイオン中間体

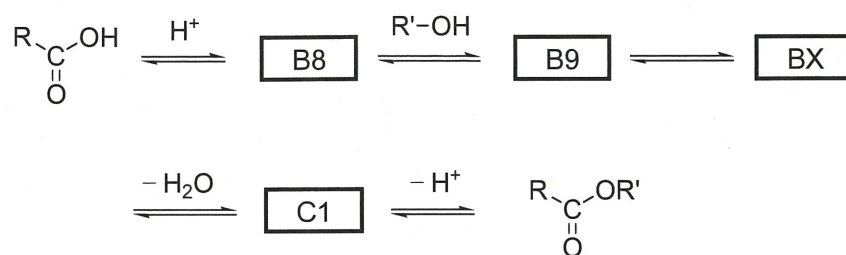
4. 次の(1)～(6)の反応の主生成物を、1つずつ①～④のうちから選べ。鏡像異性体は区別しなくてよい。





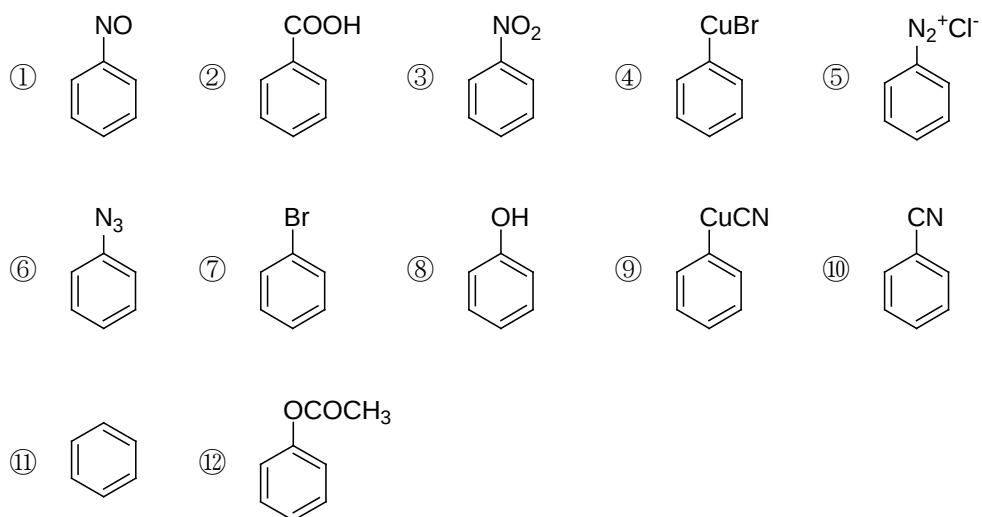
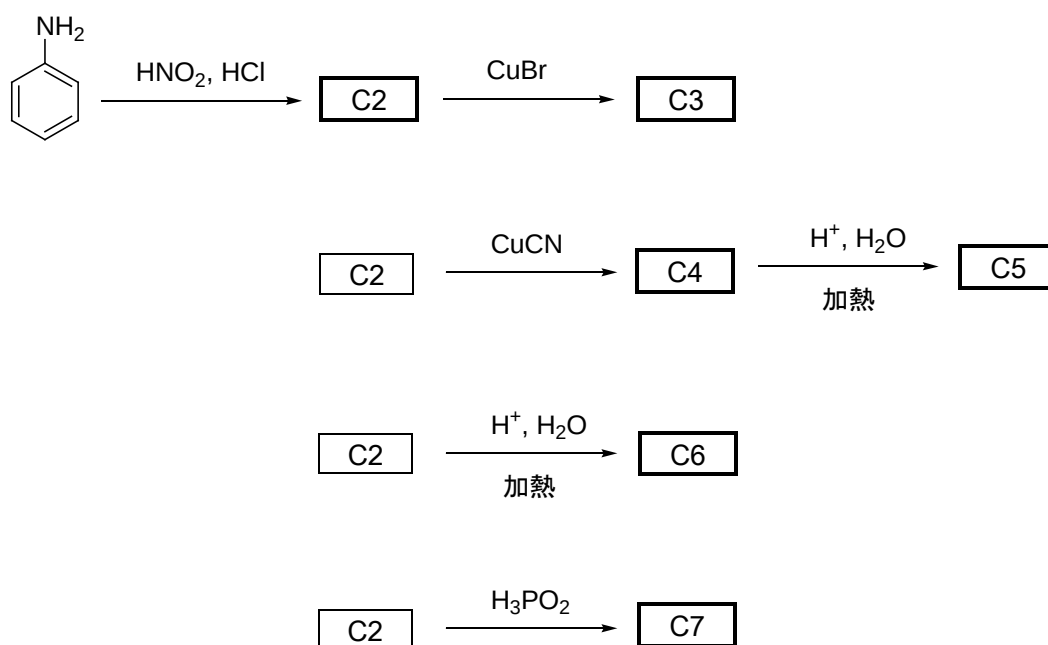
5. 次の式は酸触媒によるカルボン酸のエステル化反応の反応機構である。

空欄 B8 ~ C1 にあてはまる適切な化学構造式を、それぞれ1つずつ①~⑦のうちから選べ。



- ① $\text{R}-\text{C}(=\text{O})\text{OH}_2^+$
 ② $\text{R}-\text{C}(=\text{OH}^+)\text{OH}$
 ③ $\begin{array}{c} \text{H}-\text{OR}'^+ \\ | \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH}_2 \\ | \\ \text{O}^- \end{array}$
 ④ $\begin{array}{c} \text{H}-\text{OR}'^+ \\ | \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ | \\ \text{OH} \end{array}$
- ⑤ $\text{R}-\text{C}(=\text{O})\text{H}-\text{OR}'^+$
 ⑥ $\begin{array}{c} \text{OR}'^+ \\ | \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH}_2 \\ | \\ \text{OH} \end{array}$
 ⑦ $\text{R}-\text{C}(=\text{OH}^+)\text{OR}'$

6. アニリンの反応に関して空欄 **C2** ～ **C7** にあてはまる主生成物の化学構造式を、それぞれ1つずつ①～⑫のうちから選べ.



＜試験を終えた学生のみなさんへ＞

統一テストは入学試験や定期試験のように合否を決める試験ではありません。あくまでも、本学工学部の 1 年次を終了した学生であれば身に付けておいて欲しい数学・物理学・化学の基礎学力を測る試験です。つまり、出題された問題は全て、学生のみなさんに出来て欲しいものばかりです。分からなかった問題について、また、選択しなかった問題についても、教科書等を見ながら再度考えてみてください。統一テストを受験することにより、そして試験成績を知ることにより、自分自身の理数系基礎学力を客観的に振り返り、次の学習へと役立てることを期待しています。

＊統一テストの内容に関する意見を工学教育院の問合せメールアドレスにお寄せください。

工学教育院 HP <http://www.iee.eng.tohoku.ac.jp/>

問合せメールアドレス eng-edu@grp.tohoku.ac.jp