平成 29 年度　統一テスト

（理数基礎学力到達度テスト）

＜問題冊子②＞選択問題

大問２（数学②）　大問３（数学③）

大問４（物理学①）　大問５（物理学②）

大問６（化学①）　大問７（化学②）　大問８（化学③）

試験時間　14:15～16:15

＊解答開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません＊

【問題を選択する際の注意】

１．以下の問題選択ルールに従い，大問７問のうち４問に解答すること．

a) 物理学、化学からそれぞれ１問は解答すること．

b) 化学を３問とも選択することはできない．

２．したがって，選択問題の解答パターンは下記の４つのみとなる．

数学２問－物理学１問－化学１問

数学１問－物理学２問－化学１問

数学１問－物理学１問－化学２問

数学０問－物理学２問－化学２問

【解答する際の注意】

１．大問１問につき解答用紙１枚（裏面もあり）を用いること．

２．マーク式解答と記述式解答の混合なので注意すること（マーク式のみの大問もあり）．

３．解答の仕方に特に指示が無い場合は，問題文の $\boxed{\text{A1}}$, $\boxed{\text{A2}}$, ・・・にあてはまるものを該当する解答群（選択肢）から選び，選択肢の番号①，②・・・で答えること．同じ選択肢が複数回あてはまることもある．

４．問題に関する質問は，汚損で読めない等以外は原則認めない．

東北大学　工学部

大問2（数学②）

次の各問に答えなさい.

1. $\boldsymbol{R}^3$ の 4 つのベクトルを $\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 4\alpha \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

とする. ただし, $\alpha \neq 0$ である. また, $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ をそれぞれ第 1 列, 第 2 列, 第 3 列

とした 3 次正方行列 $A = [\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]$ を用いた連立 1 次方程式を $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

とし, 係数行列の階数を rank A, 拡大係数行列の階数を rank $[A\,|\boldsymbol{b}]$ で表すものとする.

(1) $\alpha \neq$ **A1** (かつ前提条件より $\alpha \neq 0$) のときは rank $A =$ **A2** **A3** A の次数となり, $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ は **A4** である. ここで, rank A **A5** rank $[A\,|\boldsymbol{b}]$ であるので, $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ は **A6** . よって, $x =$ **A7** , $y =$ **A8** , $z =$ **A9** となる.

(2) $\alpha =$ **AX** のときは rank $A =$ **B1** **B2** A の次数 となり, $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ は **B3** である. ここで, rank A **B4** rank $[A\,|\boldsymbol{b}]$ であるので, $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ は **B5** .

A1 A2 A7 A8 A9 AX B1 の解答群（t：任意定数）

① -5	② -4	③ -3	④ -2	⑤ -1	⑥ 0
⑦ 1	⑧ 2	⑨ 3	⑩ 4	⑪ $-2t$	⑫ $-t$
⑬ t	⑭ $2t$	⑮ $-\dfrac{1}{\alpha-2}$	⑯ $-\dfrac{1}{\alpha+2}$	⑰ $\dfrac{2}{\alpha-2}$	⑱ $\dfrac{2}{\alpha+2}$

A3 A5 B2 B4 の解答群

① $\neq$	② $\simeq$	③ $=$	④ $<$	⑤ $>$	⑥ $\in$

A4 A6 B3 B5 の解答群

① 1 次結合　② 1 次関係　③ 1 次従属　④ 1 次独立　⑤ 解をもたない

⑥ 自明な解を持つ　⑦ 無数の解を持つ　⑧ ただ 1 つの解をもつ　⑨ 一般解をもつ

2. $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ において, 行列式と余因子行列をそれぞれ $|B|$ と $\tilde{B}$ とすると, 逆行列はそれらを用いて $B^{-1} = \boxed{\mathbf{B6}}\ \boxed{\mathbf{B7}}$ で与えられる. よって, $|B| = \boxed{\mathbf{B8}}$ となるので, $B^{-1} = \boxed{\mathbf{B9}} \begin{bmatrix} \boxed{\mathbf{BX}} & \boxed{\mathbf{C1}} & \boxed{\mathbf{C2}} \\ \boxed{\mathbf{C3}} & \boxed{\mathbf{C4}} & 1 \\ \boxed{\mathbf{C5}} & \boxed{\mathbf{C6}} & \boxed{\mathbf{C7}} \end{bmatrix}$ と求められる. これを用いて,

$BX = 2C$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ を満たす行列 X を求めると, $X = \begin{bmatrix} \boxed{\mathbf{C8}} & -2 \\ \boxed{\mathbf{C9}} & \boxed{\mathbf{CX}} \\ 0 & \boxed{\mathbf{D1}} \end{bmatrix}$

となる.

$\boxed{\text{B6}}$ $\boxed{\text{B7}}$ の解答群

① B	② $\lvert B \rvert$	③ $\lvert B \rvert^2$	④ $\lvert B \rvert^{-1}$	⑤ $\lvert B \rvert^{-2}$	⑥ $\tilde{B}$
⑦ $\lvert \tilde{B} \rvert$	⑧ $B\tilde{B}$				

$\boxed{\text{B8}}$ ～ $\boxed{\text{D1}}$ の解答群

① -6	② -5	③ -4	④ -3	⑤ -2	⑥ -1
⑦ $-\frac{3}{4}$	⑧ $-\frac{1}{2}$	⑨ $-\frac{1}{3}$	⑩ 0	⑪ $\frac{1}{4}$	⑫ $\frac{1}{3}$
⑬ $\frac{1}{2}$	⑭ 1	⑮ $\frac{3}{2}$	⑯ 2	⑰ 3	⑱ 4
⑲ 5	⑳ 6				

3. m 次元と n 次元ベクトル空間において，$f : \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^m$ を線形写像とする．f の像（零ベクトル $\mathbf{0}$ 以外に移った部分）は $\mathrm{Im}\, f = \{f(\boldsymbol{x}) \in \boldsymbol{R}^m \mid \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^n\}$ で，f の核（$\mathbf{0}$ に移る部分）は $\mathrm{Ker}\, f = \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^n \mid f(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0}\}$ で定義されるので, Im f は $\boxed{\textbf{D2}}$ の部分空間であり, Ker f は $\boxed{\textbf{D3}}$ の部分空間である. 次元については, 定理 $n = \dim(\mathrm{Im}\, f) + \dim(\mathrm{Ker}\, f)$ が成り立つ.

ここで，$\boldsymbol{R}^3$ から $\boldsymbol{R}^2$ への線形写像 $f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - 2x_2 + 4x_3 \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 \end{bmatrix}$ の像と核を以下の手順で求めなさい。

まず, 標準基底に関する f の表現行列 A は，$f = A\boldsymbol{x} = A\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \boxed{\textbf{D4}} & \boxed{\textbf{D5}} & \boxed{\textbf{D6}} \\ \boxed{\textbf{D7}} & \boxed{\textbf{D8}} & \boxed{\textbf{D9}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ より，$A = \begin{bmatrix} \boxed{\text{D4}} & \boxed{\text{D5}} & \boxed{\text{D6}} \\ \boxed{\text{D7}} & \boxed{\text{D8}} & \boxed{\text{D9}} \end{bmatrix}$ となる.

A の階数を求めると，$\dim(\mathrm{Im}\, f)$ $\boxed{\textbf{DX}}$ $\mathrm{rank}\, A =$ $\boxed{\textbf{E1}}$ を得る. 像は A の列ベクトルで生成される部分空間であるので, Im f の基底の 1 つの組は（番号の若い順に）$\left\{\boxed{\textbf{E2}}, \boxed{\textbf{E3}}\right\}$ となる. よって, f の像は $\boxed{\text{E2}}$ と $\boxed{\text{E3}}$ で定まる平面全体 (x_1-x_2 平面) である.

また, 次元定理より $\dim(\mathrm{Ker}\, f) =$ $\boxed{\textbf{E4}}$ となる. Ker f は $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ を解き t を任意定数として，$\boldsymbol{x} = t\,\boxed{\textbf{E5}}$ $(t \in \boldsymbol{R})$ と求められる. よって, Ker f の基底は $\left\{\boxed{\textbf{E6}}\right\}$ となり, f の核は原点を通る方向ベクトル $\boldsymbol{d} =$ $\boxed{\text{E6}}$ の直線である.

$\boxed{\text{D2}}$ ～ $\boxed{\text{E1}}$ および $\boxed{\text{E4}}$ の解答群

① $\boldsymbol{R}^{n-m}$	② $\boldsymbol{R}^{m}$	③ $\boldsymbol{R}^{n}$	④ $\boldsymbol{R}^{m+n}$	⑤ 1	⑥ 2
⑦ 3	⑧ 4	⑨ 5	⑩ 6	⑪ 0	⑫ −1
⑬ −2	⑭ −3	⑮ −4	⑯ −5	⑰ $<$	⑱ $>$
⑲ $=$	⑳ $\neq$				

$\boxed{\text{E2}}$ $\boxed{\text{E3}}$ $\boxed{\text{E5}}$ $\boxed{\text{E6}}$ の解答群

① $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$	② $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	③ $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$	④ $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$	⑤ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$	⑥ $\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$
⑦ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$	⑧ $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$	⑨ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$	⑩ $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	⑪ $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	⑫ $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

大問3（数学 ③）

次の各問に答えなさい．なお，空欄の中には通常の式で不要な「1」や「0」があてはまることがある．その場合も，式が成り立つために必要なものとして選択し，解答すること．分数の分母分子ともに空欄の場合である問いに0を答える場合には，分子にのみ答えること．分母には何を選んでもよい．

1. 次の各問に答えなさい．なお，log は自然対数を表す．

$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^{-x} - 3$,　　　$g(x) = 3\mathrm{e}^{2x} + 4\mathrm{e}^{-x} - 7$　とする．

(1) $y = f(x)$ のグラフに $x = \log 2$ において接する直線の方程式は

$$y = \boxed{\textbf{A1}}\, x - \boxed{\textbf{A2}} \log 2 + \boxed{\textbf{A3}}$$ である．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\textbf{A4}}$,　$\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{\textbf{A5}}$

$\boxed{\text{A1}}$ ～ $\boxed{\text{A3}}$ の選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

$\boxed{\text{A4}}$ ， $\boxed{\text{A5}}$ の選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ $\frac{1}{2}$	⑤ $\frac{3}{2}$
⑥ $\frac{5}{2}$	⑦ $\frac{1}{3}$	⑧ ∞	⑨ $-\infty$	⑩ 0

2. x, y の関数が $F(x,y) = xy\,\mathrm{e}^{-x^2-xy-y^2}$ によって与えられている．次の各問に答えなさい．

(1) $F(x,y)$ の x, y それぞれについての偏導関数を F_x, F_y で表す．

$$F_x = y(1 - \boxed{\textbf{A6}}\,x^2 - \boxed{\textbf{A7}}\,xy - \boxed{\textbf{A8}}\,y^2)\,\mathrm{e}^{-x^2-xy-y^2}$$
$$F_y = x(1 - \boxed{\text{A8}}\,x^2 - \boxed{\text{A7}}\,xy - \boxed{\text{A6}}\,y^2)\,\mathrm{e}^{-x^2-xy-y^2}$$

(2) $F_x = 0$ および $F_y = 0$ を満たす (x,y) は，

$(0,0)$,

$$\left(\frac{1}{\boxed{\textbf{A9}}}, \frac{1}{\boxed{\textbf{AX}}}\right), \qquad \left(-\boxed{\textbf{B1}}, \boxed{\textbf{B2}}\right),$$
$$\left(-\frac{1}{\boxed{\text{A9}}}, -\frac{1}{\boxed{\text{AX}}}\right), \qquad \left(\boxed{\text{B1}}, -\boxed{\text{B2}}\right)$$ である．

(3) $(x,y) = \left(\dfrac{1}{\boxed{\text{A9}}}, \dfrac{1}{\boxed{\text{AX}}}\right)$ では $F_{xx} = -\dfrac{\boxed{\textbf{B3}}}{\boxed{\textbf{B4}}}\mathrm{e}^{-\boxed{\textbf{B5}}}$, $F_{yy} = -\dfrac{\boxed{\text{B3}}}{\boxed{\text{B4}}}\mathrm{e}^{-\boxed{\text{B5}}}$,

$F_{xy} = -\dfrac{\boxed{\textbf{B6}}}{\boxed{\textbf{B7}}}\mathrm{e}^{-\boxed{\text{B5}}}$ であることから，この点 (x,y) は F の $\boxed{\textbf{B8}}$ ．

$\boxed{\text{A6}}$ ～ $\boxed{\text{B7}}$ の選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ $\sqrt{2}$	⑧ $\sqrt{3}$	⑨ $\sqrt{5}$	⑩ 0

$\boxed{\text{B8}}$ の選択肢

① 特異点である	② 鞍点である	③ 極大点でも極小点でもない
④ 極大点である	⑤ 極小点である	

3. x-y 平面上で，原点を中心とし半径が 3 である円の内側で $x \geqq 0,\ y \geqq 0$ の部分からなる領域を D と記す．原点を通るある直線が D を 2 等分してできる領域のうち，点 $(0, 3)$ を境界上に含むほうを D_1 と記す．次の問いに答えなさい．

(1) D_1 の境界となる直線または曲線の方程式を，解答用紙の裏面の記述欄 1 に書きなさい．さらに，記述欄 2 に領域 D_1 を図で示しなさい．

(2) 方程式 $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ で表される楕円の内側で $x \geqq 0,\ y \geqq 0$ の部分からなる領域を K と記す．

以下で，空欄に当てはまる選択肢を選び解答用紙の表面の該当箇所にマークをしなさい．ただし，$\boxed{\mathrm{C3}}$ と $\boxed{\mathrm{C4}}$ に当てはまる式は，裏面の記述欄 3 に書きなさい．

原点を通るある直線が K を 2 等分するときその直線 g の傾き m の値は，K が D を x 方向に $\dfrac{4}{3}$ 倍に拡大したものあることから，$m = \dfrac{\boxed{\mathbf{B9}}}{\boxed{\mathbf{BX}}}$ であるといえる．この g が K を 2 等分してできる領域のうち，点 $(0, 3)$ を境界上に含むほうを K_1 と記す．積分の計算によって K_1 の面積を次のように求めなさい．

i. g とこの楕円との交点は $(\boxed{\mathbf{C1}}, \boxed{\mathbf{C2}})$ である．

ii. K_1 の面積 S は $S = \displaystyle\int_0^{\boxed{\mathrm{C1}}} \left(\boxed{\mathbf{C3}} - \boxed{\mathbf{C4}}\right) dx$ で求めることができ，それぞれ

$$\int_0^{\boxed{\mathrm{C1}}} \boxed{\mathrm{C3}}\, dx = \frac{\boxed{\mathbf{C5}}}{\boxed{\mathbf{C6}}}\pi + \boxed{\mathbf{C7}},$$

$$\int_0^{\boxed{\mathrm{C1}}} \boxed{\mathrm{C4}}\, dx = \boxed{\mathbf{C8}}$$

と計算できる．

(3) 上記の問 (1) で図示した領域 D_1 における面積分 $I = \displaystyle\iint_{D_1} \sqrt{9 - y^2}\, dx dy$ は，累次積分で次のように計算ができる．

$$I = \int_0^{\boxed{\mathbf{C9}}} \left(\int_0^{\boxed{\mathbf{CX}}} \sqrt{9 - y^2}\, dx \right) dy + \int_{\boxed{\mathrm{C9}}}^{\boxed{\mathbf{D1}}} \left(\int_0^{\boxed{\mathbf{D2}}} \sqrt{9 - y^2}\, dx \right) dy$$

$\boxed{\text{B9}}$ ～ $\boxed{\text{C2}}$ ， $\boxed{\text{C5}}$ ～ $\boxed{\text{C8}}$ の選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ $\sqrt{2}$	⑦ $\sqrt{3}$	⑧ $2\sqrt{2}$	⑨ $2\sqrt{3}$	⑩ $3\sqrt{2}$
⑪ $3\sqrt{3}$	⑫ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	⑬ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	⑭ $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$	⑮ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\boxed{\text{C9}}$ ～ $\boxed{\text{D2}}$ の選択肢

① 2	② $2\sqrt{2}$	③ 3	④ $\sqrt{3}$	⑤ $3\sqrt{3}$
⑥ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	⑦ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	⑧ $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$	⑨ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$	⑩ x
⑪ y	⑫ $3-x$	⑬ $3-y$	⑭ $\sqrt{9-x^2}$	⑮ $\sqrt{9-y^2}$

大問4（物理学 ①）

図1 (a) に示すように，粗い水平面上を質量 m の物体が，バネ定数 k のバネに向かって進む．(b) 物体がバネに接触するときの時刻を $t = 0$ とし，そのときの物体の速さを v_0 とする．その後，バネが縮んで (c) 時刻 t_0 に物体が静止した．このときのバネの縮みを d とする．物体が再び動き始めて，(d) 時刻 t_1 にバネが自然長に戻った．このときの物体の速さを v_1 とする．さらに物体は運動を続け，(e) 時刻 t_2 に静止した．バネの質量は無視できるものとし，物体と水平面との動摩擦係数を μ，重力加速度を g とする．以下の設問に答えよ．

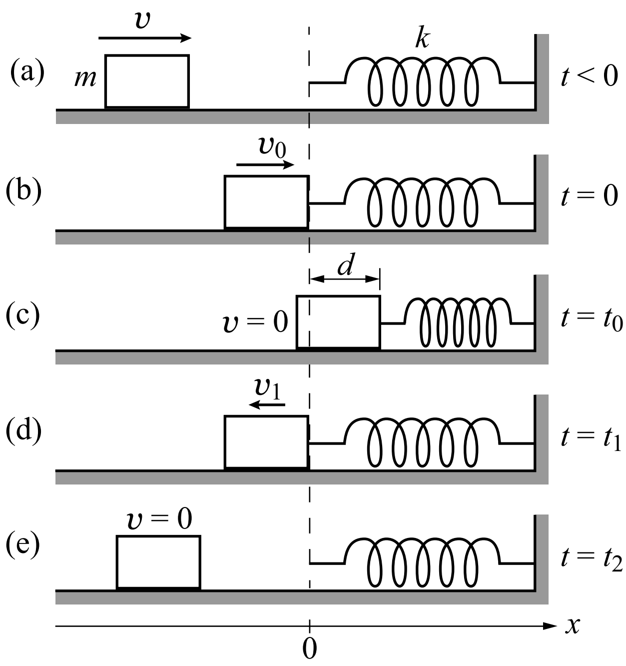


図１　一端を壁に固定したバネに衝突する物体の運動．

1. エネルギーに注目して，時刻 t_0 におけるバネの縮み d を求めよう．バネが l だけ縮んだときにバネに蓄えられる弾性エネルギーは $U(l) = \boxed{\textbf{A1}}$ である．また，物体が距離 l だけ移動する間に摩擦力が物体にする仕事は $W(l) = \boxed{\textbf{A2}}$ である．

まず，摩擦力の影響を調べるために，仮に摩擦がない場合を考えてみる．この場合，$t = t_0$ におけるバネの縮みを d_0 とすると，エネルギー保存則から $d_0 = \boxed{\textbf{A3}}$ が得られる．

次に，摩擦が小さい場合を考える．このときには，d は d_0 よりもわずかに小さくなり，

$$d = d_0 - \delta$$

と表すことができる（δ は d_0 に比べて，はるかに小さい）．バネの縮みが d_0 よりも小さくなるのは，摩擦力がする仕事の分だけ，力学的エネルギーが失われる——いまの場合，$t = t_0$ においてバネに蓄えられる弾性エネルギーが $U(d_0)$ よりも小さくなる——からである．この関係を式で表すと

$$W(d) = \boxed{\textbf{A4}}. \tag{$*$}$$

いま，δ が d_0 に比べて十分に小さい場合を考えているので，式 $(*)$ の左辺は $W(d_0)$ と近似できて，右辺は $\boxed{\textbf{A5}}\,\delta$ と近似できる．このようにして，式 $(*)$ から $\delta = \boxed{\textbf{A6}}$ が得られる．

こんどは，摩擦が十分に大きい場合を考える．この場合には，バネがほとんど縮まないうちに物体は静止する．そこで，近似的にバネのエネルギーを無視して考えると，$t = 0$ において物体がもっていた運動エネルギーのすべてが，$t = t_0$ までに，摩擦により失われる．このように考えると，$d \approx \boxed{\textbf{A7}}$ が得られる．

一般の場合には，式 $(*)$ を d について解くと，次の結果が得られる．

$$d = \boxed{\textbf{A8}} \quad \boxed{\textbf{A9}} \quad \sqrt{d_0^2 + (\boxed{\textbf{AX}})^2}.$$

$\boxed{\text{A1}}$〜$\boxed{\text{A3}}$，$\boxed{\text{A5}}$〜$\boxed{\text{A8}}$，$\boxed{\text{AX}}$ の解答群

① kl	② $\dfrac{1}{2}kl^2$	③ kd_0	④ $-kd_0$	⑤ $\dfrac{1}{2}kd_0^2$
⑥ $-\dfrac{1}{2}kd_0^2$	⑦ $mg\mu l$	⑧ $mg\mu l^2$	⑨ $\dfrac{mg\mu}{k}$	⑩ $-\dfrac{mg\mu}{k}$
⑪ $-mg\mu l$	⑫ $-mg\mu l^2$	⑬ mv_0	⑭ $\dfrac{1}{2}mv_0^2$	⑮ $\dfrac{v_0^2}{g\mu}$
⑯ $\dfrac{v_0^2}{2g\mu}$	⑰ $\dfrac{k}{m}v_0^2$	⑱ $\dfrac{m}{k}v_0^2$	⑲ $\sqrt{\dfrac{k}{m}}\,v_0$	⑳ $\sqrt{\dfrac{m}{k}}\,v_0$

$\boxed{\text{A4}}$ の解答群

① $U(d) - U(d_0)$　　② $U(d_0) - U(d)$

$\boxed{\text{A9}}$ の解答群

① $+$　　② $-$

2. 図 1 では $t = t_1$ において，$v_1 > 0$ であることを想定しているが，$t = 0$ における物体の速さ v_0 の値によっては $v_1 = 0$ となることがある．$v_1 = 0$ となるのは，$t = t_0$ においてバネに蓄えられていた弾性エネルギーがすべて，$t = t_1$ までに摩擦によって失われる場合である．この条件を式で表すと $U(d) = \boxed{\textbf{B1}}$．あるいは，$t = 0$ において物体がもっていた運動エネルギーがすべて，$t = t_1$ までに摩擦によって失われる，と考えることもできる．この条件を式で表すと $\frac{1}{2}mv_0^2 = \boxed{\textbf{B2}}$．これらの式から d を消去すると，$v_1 = 0$ となるための条件として次の結果を得る．

$$v_0 = \boxed{\textbf{B3}}.$$

$\boxed{\text{B1}}$ ～ $\boxed{\text{B3}}$ の解答群

① kd　② $\frac{1}{2}kd^2$　③ $mg\mu d$　④ $-mg\mu d$　⑤ $2mg\mu d$
⑥ $-2mg\mu d$　⑦ $\sqrt{\frac{m}{k}}\,g\mu$　⑧ $\sqrt{\frac{2m}{k}}\,g\mu$　⑨ $2\sqrt{\frac{2m}{k}}\,g\mu$　⑩ $3\sqrt{\frac{m}{k}}\,g\mu$

3. 時刻 $t = 0$ から t_0 までの間の物体の運動を，運動方程式を使って調べよう．図 1 のように x 軸をとり，時刻 $t = 0$ における物体の位置を $x = 0$ とする．そうすると，$t = t_0$ における物体の位置は $x = d$ となる．物体の運動方程式は次式で与えられる．

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \boxed{\textbf{B4}}\,\boxed{\textbf{B5}}\,x\ \ \boxed{\textbf{B6}}\,\boxed{\textbf{B7}}.$$

ここで $y = x + (\boxed{\text{B6}}\,\boxed{\text{B7}})/(\boxed{\text{B4}}\,\boxed{\text{B5}})$ とおいて，この運動方程式を書き直すと，y についての運動方程式は単振動の運動方程式になる．したがって，A と B を積分定数として，

$$y(t) = A\cos\left(\boxed{\textbf{B8}}\,t\right) + B\sin\left(\boxed{\text{B8}}\,t\right)$$

を得る．そして，時刻 $t = 0$ において，$x = 0$，$dx/dt = v_0$ という条件から，A と B が決定される．このようにして，$0 \le t \le t_0$ における dx/dt を求めることができる．この結果から t_0 を計算することができて，次の結果を得る．

$$t_0 = \boxed{\textbf{B9}}\,\boxed{\textbf{BX}}\left(\boxed{\textbf{C1}}\right).$$

$\boxed{\text{B4}}$，$\boxed{\text{B6}}$ の解答群

① $+$　② $-$

$\boxed{\text{B5}}$，$\boxed{\text{B7}}$ ～ $\boxed{\text{B9}}$，$\boxed{\text{C1}}$ の解答群

① $mg\mu$　② k　③ $\frac{k}{m}$　④ $\frac{m}{k}$　⑤ $\sqrt{\frac{k}{m}}$
⑥ $\sqrt{\frac{m}{k}}$　⑦ $\frac{mg\mu}{k}$　⑧ $\frac{k}{mg\mu}$　⑨ $v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$　⑩ $\frac{1}{v_0}\sqrt{\frac{k}{m}}$
⑪ $\frac{v_0}{g\mu}\sqrt{\frac{k}{m}}$　⑫ $\frac{g\mu}{v_0}\sqrt{\frac{m}{k}}$

$\boxed{\text{BX}}$ の解答群

① sin　② cos　③ tan　④ arcsin　⑤ arccos
⑥ arctan

4.　$v_1 > 0$ の場合について，物体の速さ v の時間 t 依存性を表すグラフとして最も適切なものを，図 2 の ①〜⑥ のうちから一つ選べ．$\boxed{\textbf{C2}}$

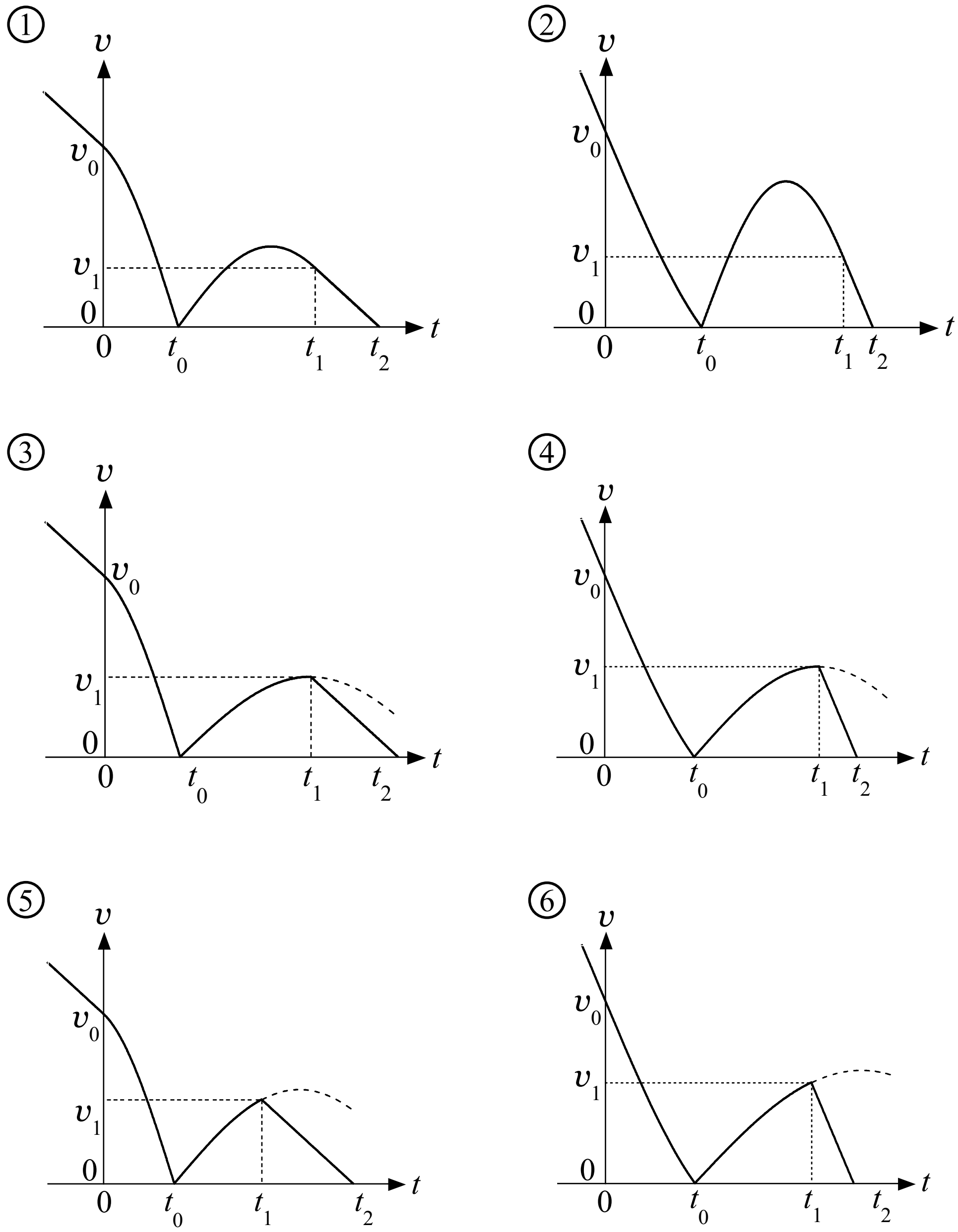


図 2　$\boxed{\text{C2}}$ の解答群

大問５（物理学②）

図 1-1 のように質量 M，直径 a，高さ b の円柱の中心に，一端を天井に固定した長さ l ，直径 c のワイヤー状の金属を固定し，鉛直に吊下げた系を考える．下端のこの円柱にワイヤーを中心軸としたねじりを与えた後に静かに手を離すと，この系はねじり振動を起こす．この系の運動について、(1)ワイヤーのねじれ変形に要する力のモーメント、(2)下端に吊した円柱状物体の慣性モーメント、(3)ワイヤー下端に円柱状物体を吊したときのねじり振動について以下の問に答えよ．なお，円柱状物体，ワイヤーともにそれぞれ内部は均一な材質とする．

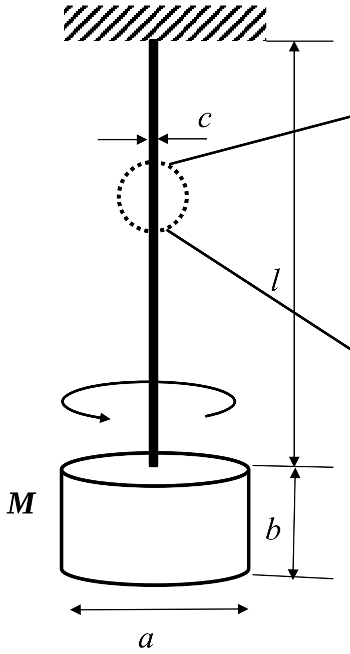


図 1-1

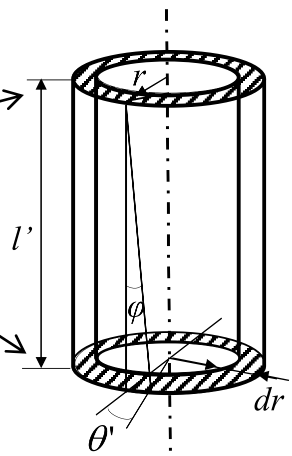


図 1-2

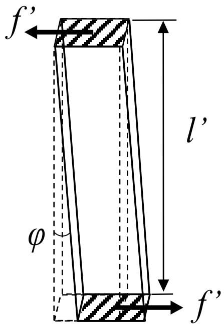


図 1-3

1. まずワイヤーのねじりに必要な力を考える．この直径 c のワイヤー中に半径が r で肉厚が dr の円筒を考え，図 1-2 のように円筒の一部の，長さ l' で θ' だけねじれた部分を考える．このねじれた円筒の一部を図 1-3 のように切り出すと，点線で書かれた直方体の上下面にお互いに平行で向きが反対の力がかかって変形した実線で描かれた平行六面体を考えることができる．図 1-3 のような変形を $\boxed{\text{A1}}$ と呼ぶ．これは力を取り除くと元に戻る $\boxed{\text{A2}}$ である．

   図 1-3 のような平行六面体の変形における応力 f' とそれによるひずみ φ の関係は $f' = G\varphi$ と表される．このとき，G は定数で，$\boxed{\text{A3}}$ と呼ぶ．この平行六面体の変形を図 1-2 の円筒の変形に対応させると，円筒のねじれによるひずみ φ とねじれ角 θ' の間には $\varphi = \boxed{\text{A4}}$ の関係がある．

A1～A4　の選択肢

①：ヤング率,	②：剛性率,	③：圧縮率,	④：伸び変形,
⑤：せん断変形,	⑥：塑性変形,	⑦：弾性変形,	⑧：圧縮変形,
⑨：$l'r\theta'$,	⑩：$\dfrac{1}{l'r\theta'}$,	⑪：$\dfrac{r\theta'}{l'}$,	⑫：$\dfrac{l'}{r\theta'}$.

図 1-2 の円筒の上面の一周分全体にかかる力を dF とすると，このひずみを生ずるのに必要な応力 f' は円筒の半径が r，肉厚 dr であることから，$f' = \boxed{\text{A5}} \times dF$ と表される．ここで φ と θ' ， f' と dF の関係が得られたので，dF と θ' の間には

$$dF = \boxed{\text{A6}} \times \boxed{\text{A7}} \times G$$

が成り立つことが分かる．これより，この長さ l' ，半径 r，肉厚 dr の円筒の上端を固定し，θ' だけねじるのに必要な底面に働く力のモーメント dN は

$$dN = \boxed{\text{A8}} \times \boxed{\text{A9}}$$

と表される．

ここで，ワイヤー全体を考える．直径 c のワイヤーは半径が異なる薄肉円筒の集まったものと考え，さらに，ワイヤーの上端を固定して下端にモーメント N をかけてねじり変形が起こるとき，長さ l' の円柱を θ' だけねじることを長さ l の円柱を θ だけねじることに置き換えると，図 1-1 のワイヤーのねじり変形のモーメント N を求めることができる．これより，このワイヤーを θ だけねじるのに必要なモーメント N は

$$N = \boxed{\text{AX}} \times \boxed{\text{B1}} \times \theta$$

となる．

A5～A9, AX, B1　の選択肢

①：$2\pi dr$,	②：$2\pi rdr$,	③：$2\pi r^2 dr$,	④：$2\pi r^3 dr$,	⑤：$2\pi r^4 dr$,
⑥：$l'\theta' G$,	⑦：$\dfrac{\theta' G}{l'}$,	⑧：$\dfrac{\theta'}{Gl'}$,	⑨：$\dfrac{l'}{\theta' G}$,	⑩：$\dfrac{1}{l'\theta' G}$,
⑪：$\dfrac{1}{2\pi rdr}$,	⑫：$\dfrac{1}{2\pi r^2 dr}$,	⑬：$\dfrac{l'}{\theta'}$,	⑭：$\dfrac{\theta'}{l'}$,	⑮：$\dfrac{c^2}{8}$,
⑯：$\dfrac{c^3}{16}$,	⑰：$\dfrac{c^4}{32}$,	⑱：$\dfrac{\pi G}{l}$,	⑲：$\dfrac{G}{\pi l}$,	⑳：$\dfrac{\pi}{Gl}$.

2. 次にワイヤーの下端に吊した円柱の慣性モーメント I を求める．この円柱は剛体で変形は起こさないものとする．

　ある回転軸をもった物体の慣性モーメント I を求めるには，まず物体中の微小部分の慣性モーメント dI を求める．一般に，物体中の微小部分の質量を dm とし，その微小部分の回転軸からの距離を r とすると，この微小部分の慣性モーメント dI は次のように表される．

$$dI = \boxed{\text{B2}}$$

物体全体の慣性モーメント I は，この dI を物体全体で積分して求めることができる．

　図 2 のような全質量 M の円柱の慣性モーメント I は，回転軸からの距離 r にあって，厚さ dr の円筒の質量 dm を求め，この部分の慣性モーメントを円柱全体にわたって積分すればよい．この円柱の慣性モーメント I を計算すると

$$I = \boxed{\text{B3}} \times \boxed{\text{B4}}$$

となる．

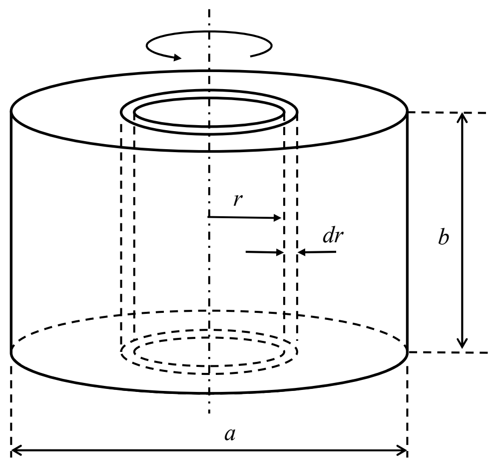


図 2

B2〜B4　の選択肢

①：a，	②：$\dfrac{a^2}{2}$，	③：$\dfrac{a^2}{8}$，	④：$\dfrac{a^3}{8}$，	⑤：M，
⑥：M^2，	⑦：M^3，	⑧：rdm，	⑨：r^2dm，	⑩：r^3dm，
⑪：2，	⑫：π．			

3. 次に，この円柱を図 1-1 の直径が c で長さ l のワイヤーに吊した系を考える．円柱を矢印のように回転させ手を離すと，系全体がねじり振動を始める．この運動はワイヤーを固定軸とする回転運動なので，ワイヤー下端において回転角度 θ なるねじれ変形を起こす力のモーメントを N とすると，その運動方程式は下記のようになる．

$$I\ddot{\theta} = -N = -k\theta$$

ここで k は問 1 で求めた関係から得られる定数で，I は下端に吊した円柱（質量：M ）の慣性モーメントとする．この式は単振動の運動方程式で，このような系の振動の周期 T は次のように表わされる

$$T = \boxed{\text{B5}} \times \left(\boxed{\text{B6}} \Big/ \boxed{\text{B7}} \right)^{\boxed{\text{B8}}}$$

B5～B8　の選択肢

①：M，　②：M^2，　③：M^3，　④：$\frac{1}{2}$，　⑤：2，

⑥：$\frac{\pi}{2}$，　⑦：2π，　⑧：π，　⑨：k，　⑩：I．

これより，先に求めたワイヤーの θ なるねじりを起こすのに必要なモーメント N と，ワイヤー下部に付けた円柱の慣性モーメント I を代入すると，図 1-1 の系のねじれ運動の周期 T は以下となる．

$$T = 4 \times \boxed{\text{B9}} \times \boxed{\text{BX}} \times \left(\boxed{\text{C1}} \times \boxed{\text{C2}} \times \boxed{\text{C3}} \right)^{\boxed{\text{C4}}}$$

B9, BX, C1～C4　の選択肢

①：π，　②：$\frac{1}{\pi}$，　③：2，　④：b，　⑤：$\frac{1}{b}$，　⑥：b^2，

⑦：$\frac{1}{b^2}$，　⑧：$\frac{1}{2}$，　⑨：$\frac{1}{3}$，　⑩：a，　⑪：$\frac{1}{a}$，　⑫：$\frac{M}{G}$，

⑬：$\frac{G}{M}$，　⑭：l，　⑮：c，　⑯：c^2，　⑰：$\frac{1}{c}$，　⑱：$\frac{1}{c^2}$．

大問６（化学①）

必要があれば，以下の物理定数値を使うこと．
プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s　　電子の質量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg
電子の電荷 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C　　真空中での光速 $c = 3.00 \times 10^{8}$ m s^{-1}

1. 以下の文章を読み，設問 (1)〜(5)に答えよ．

光電効果は金属表面に光を照射すると表面から電子が飛び出す現象で，飛び出した電子を $\boxed{\text{A1}}$ という．この現象は，プランク定数 h を用いて，振動数 ν の光は $h\nu$ を単位とするエネルギーを持った粒（光子）の集まりと考えるとよく理解出来る．金属中の電子が表面から飛び出すには，最小限の束縛を断ち切るための仕事関数と呼ばれるエネルギー W が必要である．電子が飛び出たあとの電子の最大の運動エネルギーを E_{P} とすると，

$$E_P = \boxed{\quad\text{A2}\quad} \qquad 1)$$

と表される．1)式から，仕事関数 W が 4.1 eV の金属Cu表面で光電効果が起こるための照射する光の最長波長は $\boxed{\text{A3}}$ m であることがわかる．

一方，アインシュタインの相対性理論によれば，振動数 ν の光子の運動量を p，速度を c，エネルギーを E とすると，

$$E = h\nu = cp \qquad 2)$$

が成立する．波長 λ とすると， $\nu = c/\lambda$ から λ と p との関係式，

$$\lambda = \boxed{\text{A4}} \qquad 3)$$

が得られる．この関係式 3)は，速度 υ で運動する質量 m の粒子についても適用できるとすると，これは，運動量 $p = m\upsilon$ を持った粒子の $\boxed{\text{A5}}$ 波長を求める式である．今，例えば，100 V で加速された電子の $\boxed{\text{A5}}$ 波長の値は $\boxed{\text{A6}}$ m と計算される．

(1) 上記文章の空欄 $\boxed{\text{A1}}$ に当てはまる語句として最も適切なものを，下の①～⑥のうちから一つ選べ.

① 陽電子　② 熱電子　③ 反跳電子
④ 価電子　⑤ 光電子　⑥ 自由電子

(2) 上記文章の空欄 $\boxed{\text{A2}}$ と $\boxed{\text{A4}}$ に当てはまる文字式として最も適切なものを，下の①～⑥のうちから一つずつ選べ.

① $h\nu+W$　② $h\nu-W$　③ $W-h\nu$
④ $\dfrac{p}{h}$　⑤ hp　⑥ $\dfrac{h}{p}$

(3) 上記文章の空欄 $\boxed{\text{A3}}$ と $\boxed{\text{A6}}$ に当てはまる数値として最も適切なものを，下の①～⑥のうちから一つずつ選べ.

① 3.0×10^{-7}　② 3.0×10^{-6}　③ 1.5×10^{-7}
④ 1.7×10^{-10}　⑤ 1.2×10^{-10}　⑥ 8.5×10^{-11}

(4) 上記文章の空欄 $\boxed{\text{A5}}$ に当てはまる語句を次の①～⑥のうちから一つ選べ.

① ラザフォード　② ペゲーロ　③ ボーア
④ ド・ブロイ　⑤ シュレディンガー　⑥ ハイゼンベルグ

(5) 下線部に関連して，波としての光の振幅の 2 乗は光子の何を表すか，次の①～⑤のうちから一つ選べ. $\boxed{\text{A7}}$

① 放射圧　② 空間密度（数密度）　③ 速度
④ 質量　⑤ 大きさ（直径）

2. 元素の周期的性質に関連する以下の記述には正しいものが 2 つある．最も適切な組み合わせを，下の *a* ～*d* のうちから一つ選べ． $\boxed{\text{A8}}$

a イオン化エネルギーを I, 電子親和力を A とすると, マリケンの電気陰性度 χ_{M}は,

$$\chi_{\mathrm{M}} = \frac{1}{2}(I - A)$$

と表される．

b 有効核電荷数 Z^*は，電子殻が外側になるほど減少するが，同じ原子の価電子については，s 軌道電子と p 軌道電子は接近した値を示す．

c エネルギー準位が縮退している複数の軌道に電子が入るときは，スピンを反対にした電子対を形成し，できるだけ少ない数の軌道に電子が配置される．これをフントの法則という．

d H 原子は，多くの分子性化合物では酸化数が+1 で，特に水溶液中では H_3O^+として存在する．しかし，最近，酸化数が−1 の水素化合物も注目されている．

① *a* と *b*	② *a* と *c*	③ *a* と *d*
④ *b* と *c*	⑤ *b* と *d*	⑥ *c* と *d*

3. 分子の形成と分子間相互作用について，設問(1)〜(3)に答えよ．

(1) 図 1 に，等核二原子分子である F_2の分子軌道の形成とエネルギー準位を示す．
$\boxed{\text{A9}}$, $\boxed{\text{AX}}$, $\boxed{\text{B1}}$ の分子軌道の形として最も適切なものを, 次の①〜⑥のうちから一つずつ選べ.

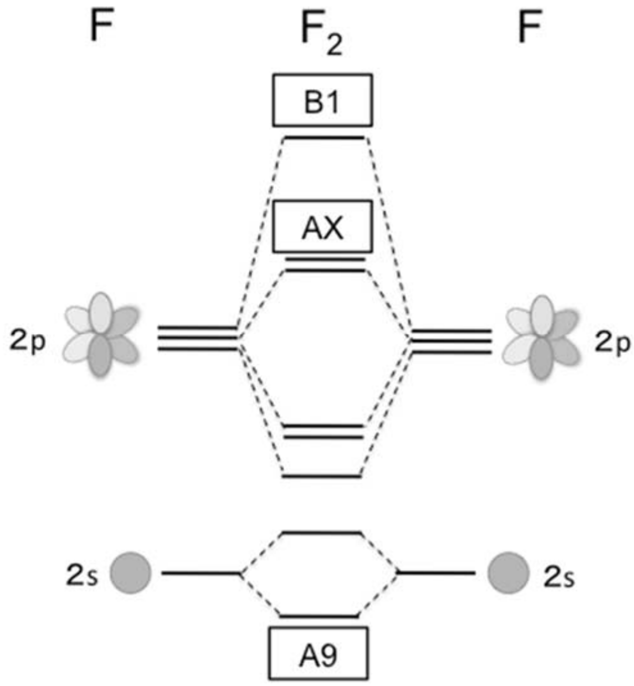


図１：フッ素分子の分子軌道の形成とエネルギー準位

① 
② 
③ 

④ 
⑤ 
⑥ 

(2) 以下の文章の空欄 $\boxed{\text{B2}}$ ～ $\boxed{\text{B6}}$ に当てはまる数字，語句として最も適切なものを，選択肢からそれぞれ一つずつ選べ．ただし，HF 分子は，結合軸が x 軸と平行であるものとする．参考までに， H 原子の 1 s 軌道，および F 原子の 1 s，2s，2p 軌道のエネルギー準位の値を表 1 に示す．

HF 分子の形成では，H の 1s 軌道は F の $\boxed{\text{B2}}$ 軌道と分子軌道を形成し，F 原子の残りの原子軌道は結合に関与しない．結合性軌道，および反結合性軌道のエネルギー準位は，それぞれ結合前の $\boxed{\text{B3}}$ ，および $\boxed{\text{B4}}$ の原子軌道のそれらにとても近いことから，結合性軌道の大部分は $\boxed{\text{B3}}$ の原子軌道で構成され，反結合性軌道の大部分は $\boxed{\text{B4}}$ の原子軌道で構成されていると考えられる．そのため，結合性軌道を占める $\boxed{\text{B5}}$ の電子の電子雲は全体として $\boxed{\text{B3}}$ 原子核に局在している．このことは，F 原子が H 原子 $\boxed{\text{B6}}$ 電気陰性度を持つことからも容易に理解される．

表 1 : H 原子の 1 s 軌道，および F 原子の 1 s，2s，2p 軌道のエネルギー準位

	H	F
1s	− 13.6 eV	− 697 eV
2s		− 40.1 eV
2p		− 18.6 eV

$\boxed{\text{B2}}$

① 1s　② 2s　③ $2p_x$　④ $2p_y$　⑤ $2p_z$

$\boxed{\text{B3}}$ ～ $\boxed{\text{B4}}$

① H　② F^-　③ H^+　④ F

$\boxed{\text{B5}}$

① 1 つ　② 2 つ　③ 3 つ

$\boxed{\text{B6}}$

① と同程度の　② より小さな　③ より大きな

(3) 以下の文章の空欄 $\boxed{\text{B7}}$ ～ $\boxed{\text{C4}}$ に当てはまる数字, 語句として最も適切なものを，選択肢からそれぞれ一つずつ選べ.

分子間力は主に分子双極子間に働く静電引力である．有極性分子どうしの永久双極子間に働く $\boxed{\text{B7}}$ 効果と有極性分子の永久双極子と永久双極子の電場によって無極性分子に誘起された誘起双極子間に働く $\boxed{\text{B8}}$ 効果，無極性分子どうしが電子雲のゆらぎによって生じる誘起双極子間に働く $\boxed{\text{B9}}$ 効果がある．いずれの分子間力エネルギーも，分子間距離の $\boxed{\text{BX}}$ に反比例し，その大きさは， $\boxed{\text{C1}}$ 程度である．実際の分子間には，原子核間や電子雲間の反発力が生じ，その反発エネルギーは分子間の距離の $\boxed{\text{C2}}$ に反比例する．これら 2 つの引力と反発力を考慮した総合的な相互エネルギーを分子間距離の関数で表した経験式を $\boxed{\text{C3}}$ ポテンシャル関数と呼ぶ．同種分子どうしの場合，この関数の最小値を与える分子間距離は、その分子の $\boxed{\text{C4}}$ 半径の 2 倍である．

$\boxed{\text{B7}}$ $\boxed{\text{B8}}$ $\boxed{\text{B9}}$

① 配向　② 分極　③ 誘起　④ 相乗　⑤ 分散　⑥ 共鳴

$\boxed{\text{BX}}$ $\boxed{\text{C2}}$

① 2 乗　② 3 乗　③ 6 乗　④ 10 乗　⑤ 12 乗

$\boxed{\text{C1}}$

① 2 kJ mol^{-1}　② 20 kJ mol^{-1}　③ 250 kJ mol^{-1}

$\boxed{\text{C3}}$ $\boxed{\text{C4}}$

① ヘルムホルツ　② レナード・ジョーンズ　③ ゼウス・ウィーラー
④ ファン・デル・ワールス　⑤ 共有結合　⑥ ボーア

大問７（化学②）

1. 純物質の Gibbs 標準生成自由エネルギー(G)は圧力・体積・温度(P, V, T)の簡単な関数で表現できる.

(1) G は P, V, T のうち $\boxed{\text{A1}}$ の関数で決まるので，$\boxed{\text{A2}}$ の関数とれば，

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P dT \qquad 1)$$

$$\boxed{\text{A3}} \qquad 2)$$

である.

1)式および 2)式から 2 つの式，すなわち，

圧力変化の式

$$\boxed{\text{A4}} \qquad 3)$$

$\boxed{\text{A5}}$ の式

$$\boxed{\text{A6}} \qquad 4)$$

が得られる.

一定温度条件下で 3)式は以下の表現となる.

$$\boxed{\text{A7}} \qquad 5)$$

① 一つ　② 二つ　③ 三つ　④ P, T　⑤ V, T　⑥ P, V, T

⑧ $dG = VdP + SdT$　⑨ $dG = VdT - SdP$　⑩ $dG = VdP - SdT$

⑪ $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = V$　⑫ $\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V$　⑬ 温度変化　⑭ 体積変化

⑮ $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = -G$　⑯ $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -S$　⑰ $\Delta G = V\Delta P$　⑱ $\Delta G = \Delta V\ P$

(2) ここでグラファイト（黒鉛）とダイヤモンドの安定性が圧力依存性を持つことを立証しよう.

これら炭素体の 298 K における Gibbs 標準生成自由エネルギー，ΔG と密度は表−1 に示すとおりである．また，圧力 1 atm = 1.01×10^5 Pa 条件下であることに注意.

表−1　グラファイトとダイヤモンドの生成 ΔG と密度

	ΔG (kJ mol^{-1})	密度 (g cm^{-3})
グラファイト (graph)	$\Delta G_{\mathrm{graph}}$ 0	2.26
ダイヤモンド (diam)	ΔG_{diam} 2.83	3.51

二種の炭素体のモル体積，V_{graph} と V_{diam} は炭素の原子量(12)とそれぞれの密度を用いて算出され，

V_{graph} = $\boxed{\text{A8}}$ m^3 mol^{-1} ，および
V_{diam} = $\boxed{\text{A9}}$ m^3 mol^{-1} となる.

ここでグラファイトとダイヤモンドについて $\Delta G - P$ のプロットを直線と仮定して描くと，以下の式に従うこととなる.

$$\Delta G_{\mathrm{graph}} = V_{\mathrm{graph}} \times \boxed{\text{AX}} \qquad 6)$$
$$\Delta G_{\mathrm{diam}} = V_{\mathrm{diam}} \times \boxed{\text{AX}} + \boxed{\text{B1}} \qquad 7)$$

以上より，一定温度条件（298 K）において 6)式と 7)式の交点からグラファイトとダイヤモンドを変換しうる圧力が計算でき，$\boxed{\text{B2}}$ と算出される．以上の計算からすると，室温条件下でグラファイトからダイヤモンドを合成するのは比較的容易なように見える．しかしながら，ダイヤモンド合成は $\boxed{\text{B3}}$ の弊害を受け，$\boxed{\text{B4}}$ 条件下，$\boxed{\text{B5}}$ 共存下で人工ダイヤモンド合成が行われている.

① 2.60×10^{-6}	② 5.31×10^{-6}	③ 4.42×10^{-6}	④ 3.42×10^{-6}
⑤ P	⑥ $(P-1.01\times10^5)$	⑦ $(P-1)$	⑧ 2830
⑨ 2.83	⑩ 1.50×10^9 Pa	⑪ 1.50×10^9 atm	⑫ 反応温度
⑬ 反応速度	⑭ 反応機構	⑮ 高温・低圧	⑯ 高温・高圧
⑰ 低温・高圧	⑱ 高圧液体	⑲ 反応活性体	⑳ 触媒

2. 断熱可逆系について，以下の問に答えよ．

本系では出入りする熱，$\Delta q = 0$ から，エントロピーΔS は，

$$\boxed{\text{B6}} = 0 \qquad 1)$$

である．よって本系は $\boxed{\text{B7}}$ である．

(1) 温度T，体積V のnモルの理想気体について，初期状態，T_1，V_1，および最終状態，T_2，V_2 とし，ΔS_1 およびΔS_2 をエントロピー変化と定義して，

$$(T_1, V_1) \xrightarrow{\Delta S_1} (T_1, V_2) \qquad 2)$$

$$(T_1, V_2) \xrightarrow{\Delta S_2} (T_2, V_2) \qquad 3)$$

と表そう．このときのΔS_1 およびΔS_2 は以下の式で表される．

$$\Delta S_1 = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad 4)$$

$$\Delta S_2 = nC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \qquad 5)$$

ここで，R は気体定数，C_V は等容モル熱容量である．等容モル熱容量C_V に対する等圧モル熱容量C_P の比をγ として，$\boxed{\text{B8}}$ の式を用いて 5)式を書き直せば，

$$\Delta S_2 = nC_V \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\boxed{\text{B9}}}$$

$$= n(\boxed{\text{BX}}) \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \qquad 6)$$

となる．ΔS_1 とΔS_2 の関係は $\boxed{\text{C1}}$ $= 0$ となり，$\boxed{\text{C2}}$ における $\boxed{\text{B7}}$ が確かめられる．

① $\Delta S = \dfrac{\Delta q}{T}$	② $\dfrac{\Delta S}{T} = \Delta q$	③ 等エネルギー変化	④ 等エントロピー変化
⑤ メイヤー	⑥ ジュール	⑦ ポアソン	⑧ γ
⑨ $\gamma - 1$	⑩ $\gamma - 2$	⑪ $C_P - C_V$	⑫ $\dfrac{(C_P - 1)}{C_V}$
⑬ $\Delta S_1 - \Delta S_2$	⑭ $\Delta S_1 + \Delta S_2$	⑮ 等圧可逆系	⑯ 断熱可逆系

(2) 次に，極低温達成の過程を示そう．

この反応系は厳密には可逆的ではないが，可逆と考えても大きな誤差は生じない．この過程は 1933 年に W. Giauque によって達成された方法の基礎にあたる．大きな常磁性磁化率を持つ硫酸ガドリニウムを N 極・S 極から成る磁場内に置く．ガドリニウムイオン(Gd^{3+})は 7 個の $\boxed{\text{C3}}$ を持ち，磁場内に置かれたときのみ大きな磁化を示す（常磁性）．

外部真空空間を持つ装置（ジュワー瓶・魔法瓶と同様），すなわち断熱装置の中に硫酸ガドリニウムを入れその磁化と消磁（磁力をかけない）によって Gd^{3+} イオンが存在する系のエントロピーがどのように変化するか考えよう．

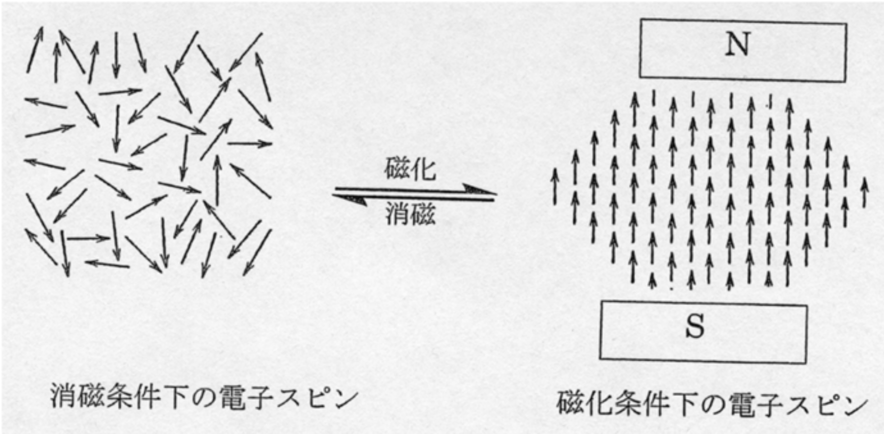
磁化されたとき Gd^{3+} イオンの電子スピンは一定方向に向き，電子がとり得るスピンの状態数は $\boxed{\text{C4}}$ ．引き続いて消磁されるとそれらの電子スピンの動きはランダムになり，スピンの状態の数は $\boxed{\text{C5}}$ ．

図−１に消磁および磁化条件下における電子スピンの挙動を簡略に示した．

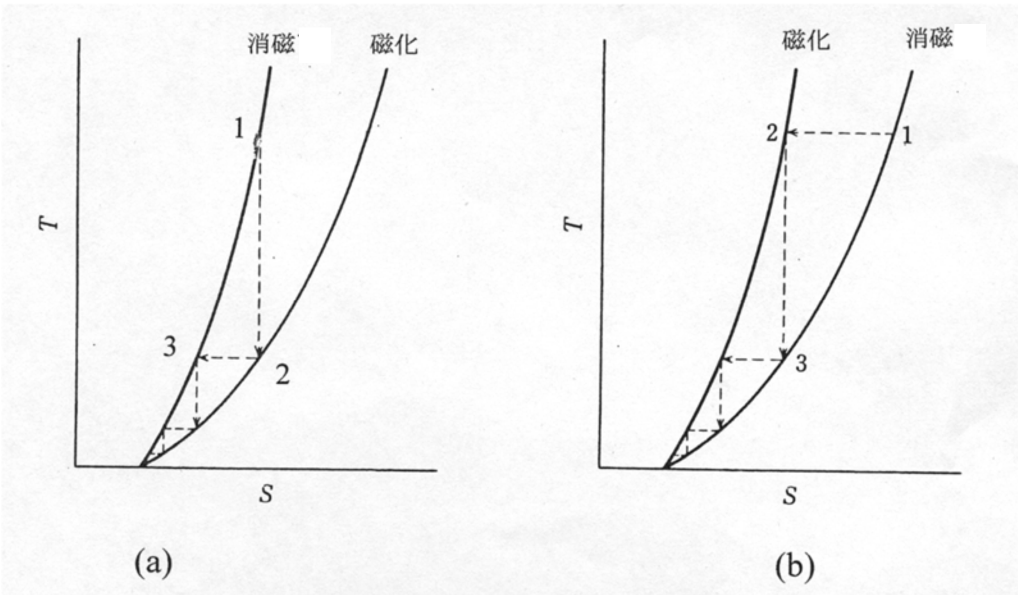
磁化−消磁の作動システムがほぼ完全な断熱系であるとき，系の温度－エントロピープロット（$T-S$ プロット）はどのように描かれ，極低温へ至る手順はどのように決められるのであろうか？その様子を図−２に示す．

図−２中の二つのパターン (a) および (b) から，極低温への到達を可能とした $T-S$ の関係を表現するのは $\boxed{\text{C6}}$ ．

① 4f 電子	② 3d 電子	③ 4d 電子
④ 減少する	⑤ 増大する	⑥ 縮退する
⑦ 一定である	⑧ (a)である	⑨ (b)である
⑩ (a)でも(b)でもない		



図−１　消磁および磁化条件下における磁気モーメント群.



図−２　$T-S$ 図上で表した断熱消磁法による冷却システムの表現.

（空白ページ）

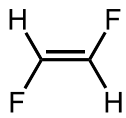
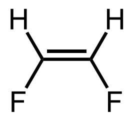
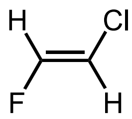
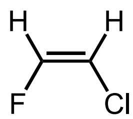
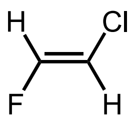
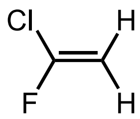
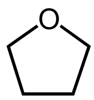
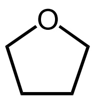
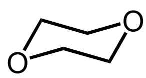
大問８（化学③）

1. 次の化合物または化学種中の下線を引いた原子の軌道について，当てはまるものを下の①～⑤のうちから一つずつ選べ.

(1)	$\underline{C}H_4$	A1
(2)	$\cdot\underline{C}H_3$	A2
(3)	$^{+}\underline{C}H_3$	A3
(4)	$CH_3CH\underline{O}$	A4
(5)	$H_2\underline{O}$	A5
(6)	$CH_3C\underline{N}$	A6

① s 軌道　② p 軌道　③ sp 混成軌道　④ sp^2 混成軌道　⑤ sp^3 混成軌道

2. 次にあげた分子の極性の大小について，当てはまるものを①〜③のうちから一つずつ選べ．解答に際して, H, C, O, F, Cl の Pauling の電気陰性度がそれぞれ, 2.2, 2.5, 3.5, 4.0, 3.0 であることを参照せよ.

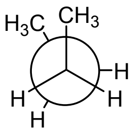
	分子 A	分子 B	
(1)	CH_4	CF_4	A7
(2)			A8
(3)			A9
(4)			AX
(5)	$CH_3CH_2OCH_2CH_3$		B1
(6)			B2

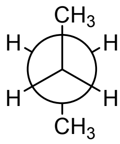
① 分子 A の極性は分子 B の極性より大きい.
② 分子 A の極性は分子 B の極性より小さい.
③ 分子 A の極性は分子 B の極性とほぼ等しい.

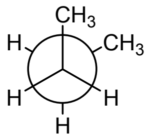
3. *n*-ブタンの配座異性体について，次の記述 (1), (2) に当てはまる構造として適当なものを下の①～④のうちから一つずつ選べ.

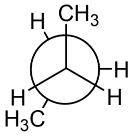
(1) 最も安定なもの $\boxed{\text{B3}}$

(2) 最も不安定なもの $\boxed{\text{B4}}$

①


②


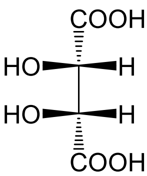
③


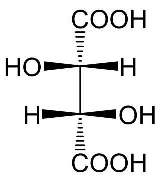
④


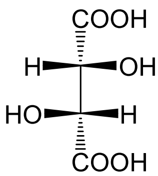
4. 酒石酸の異性体について，次の記述 (1), (2) に当てはまる構造として適当なものを下の①～③のうちから一つずつ選べ.

(1) （2*R*, 3*R*）のもの $\boxed{\text{B5}}$

(2) メソ体のもの $\boxed{\text{B6}}$

①


②


③


5. ラジカル連鎖反応機構で進行するメタンの塩素化反応（$CH_4+Cl_2 \rightarrow CH_3Cl+HCl$）について，次の反応 (1)～(3) の反応エンタルピーとしてもっとも適当な数値を下の①～⑧のうちから一つずつ選べ．　解答に際して，表 1 の結合解離エネルギーを参照せよ．

(1)　連鎖成長段階　$\cdot Cl+CH_4 \rightarrow \cdot CH_3+HCl$

$\boxed{B7}$ kJ mol^{-1}

(2)　メタンの塩素化反応　$CH_4+Cl_2 \rightarrow CH_3Cl+HCl$

$\boxed{B8}$ kJ mol^{-1}

(3)　連鎖停止段階　$\cdot Cl+\cdot CH_3 \rightarrow CH_3Cl$

$\boxed{B9}$ kJ mol^{-1}

表 1．結合解離エネルギー（DH°）

結合	DH°（kJ mol^{-1}）
H－Cl	431
Cl－Cl	243
CH_3－H	439
CH_3－Cl	356

① +870　② +356　③ +105　④ +8　⑤ －8　⑥ －105　⑦ －356　⑧ －870

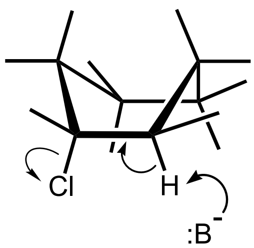
6.　クロロシクロヘキサンの構造および E2 反応に関する次の設問 (1), (2) に答えよ.

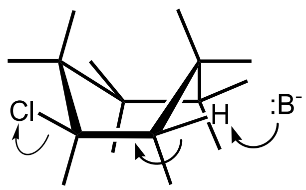
(1)　次の文章中の (a) ～ (c) に当てはまる語の組み合わせとして正しいものを下の①～④のうちから一つ選べ.　BX

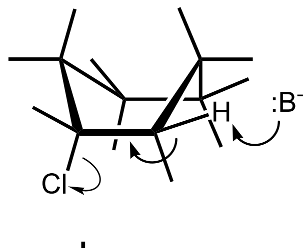
クロロシクロヘキサンの構造について考える. 最も安定な状態においてはシクロヘキサン環の部分は, 安定な (a) 配座をとり, 同時に Cl は (b) 位をとる. また, クロロシクロヘキサンが E2 反応でシクロヘキセンになるときには, 環反転し, Cl が (c) 位をとることで, Cl—C—C—H が E2 反応に適した配置となる.

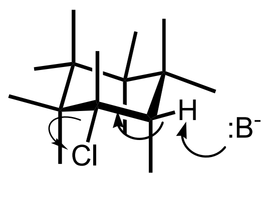
	a	b	c
①	舟形	アキシアル	エクアトリアル
②	舟形	エクアトリアル	アキシアル
③	いす形	アキシアル	エクアトリアル
④	いす形	エクアトリアル	アキシアル

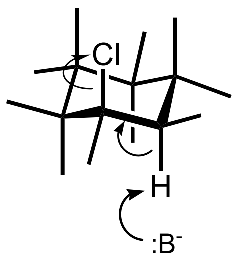
(2)　(1) の文章中の下線部の電子の流れ図について正しいものを下の①～⑥のうちから一つ選べ. ただし, ①～⑥中の :B⁻ は塩基を表している.　C1

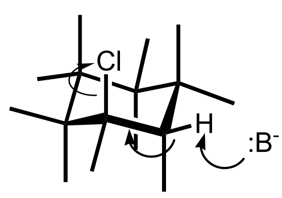
①


②


③


④


⑤


⑥


7. ヒドロホウ素化反応は, アルケンとボラン（BH_3）が反応してアルキルボランを与える反応であり, この反応について次の文章中の（ a ）～（ c ）に当てはまる語の組み合わせとして正しいものを下の①～⑧のうちから一つ選べ. $\boxed{C2}$

ボランは, B 原子上に空の（ a ）をもつ求電子試薬である. また, B と H では, H のほうが 電気陰性度が（ b ）ため, H はヒドリドとしてふるまう. また, アルケンとボランの反応は（ c ）付加となる. これらの特性から, ボラン中の H の位置選択性は, 逆 Markovnikov 付加となる.

	a	b	c
①	sp^2 混成軌道	大きい	シン
②	sp^2 混成軌道	小さい	シン
③	sp^2 混成軌道	大きい	アンチ
④	sp^2 混成軌道	小さい	アンチ
⑤	p 軌道	大きい	シン
⑥	p 軌道	小さい	シン
⑦	p 軌道	大きい	アンチ
⑧	p 軌道	小さい	アンチ

＜試験を終えた学生のみなさんへ＞

統一テストは入学試験や定期試験のように合否を決める試験ではありません。あくまでも、本学工学部の 1 年次を終了した学生であれば身に付けておいて欲しい数学・物理学・化学の基礎学力を測る試験です。つまり、出題された問題は全て、学生のみなさんに出来て欲しいものばかりです。分からなかった問題について、また、選択しなかった問題についても、教科書等を見ながら再度考えてみてください。統一テストを受験することにより、そして試験成績を知ることにより、自分自身の理数系基礎学力を客観的に振り返り、次の学習へと役立てることを期待しています。

＊統一テストの内容に関する意見を工学教育院の問合せメールアドレスにお寄せください。

工学教育院 HP　http://www.iee.eng.tohoku.ac.jp/

問合せメールアドレス　eng-edu@grp.tohoku.ac.jp