平成 31 年度　統一テスト

（理数基礎学力到達度テスト）

＜問題冊子①＞必答問題

大問１（数学①）

試験時間　13:30～14:15

＊解答開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません＊

【解答する際の注意】

１．大問１問につき解答用紙１枚（裏面もあり）を用いること．

２．マーク式解答と記述式解答の混合なので注意すること（マーク式のみの大問もあり）．

３．解答の仕方に特に指示が無い場合は，問題文の $\boxed{\text{A1}}$，$\boxed{\text{A2}}$，・・・にあてはまるものを該当する解答群（選択肢）から選び，選択肢の番号①，②・・・で答えること．同じ選択肢が複数回あてはまることもある．

４．問題に関する質問は，汚損で読めない等以外は原則認めない．

東北大学　工学部

大問１（数学①）必答問題

毎日の生活には音が溢れている．楽器や歌声など私たちが楽しむ音もあれば，強風で電線がうなる音や橋がきしむ音もある．また，音を使って構造物内部の状況を調べたり，音のエネルギーを熱エネルギーに変換したりと，工学的な利用もされている．

力学的な波である音波は，波を伝える媒質があって初めて存在できる．本問では，トンネル内に入った時や土管を覗き込んだ時に聴こえる音を考える．つまり最終的には両端が開いた空気柱を考えるが，そのために，円柱状の弾性体（気体，液体，固体）を伝わる音波を考える．媒質柱は $\boxed{\text{A1}}$ に対して $\boxed{\text{A2}}$ が十分に大きいものとし，媒質柱の $\boxed{\text{A3}}$ に伝わる一次元の波を考えればよいとする．いま，弾性体の媒質柱の片端に音源を置き，様々な振動数（周波数）を含む音波を出す．このような弾性体を媒質として伝わる音波に関する以下の各問に答えなさい．手順としては，音波の挙動を支配する方程式を立て，それを解いて様々な物理量の位置分布や時間変化の様子を調べていく．

図 1-1 に示すように，断面積 S，長さ L の媒質柱を考える．音の無い状態（自然の平衡状態）の媒質柱全体で一様な密度を ρ_0，圧力（固体の場合は応力）を P_0 とする．音源を置いた側の端からの距離を位置 x とし，音のある状態になってから任意の時刻を t とする．このとき，音の無い状態で位置 x にある極めて微小な部分の，音のある状態での密度を $\rho = \rho(x,t)$，圧力（応力）を $P = P(x,t)$，音波の到達に伴う変位を $u = u(x,t)$ とする．ここで，図 1-1 のように媒質円柱中の長さ Δx の微小円柱を考える．音の無い状態から音のある状態になったときの密度変化を $\Delta\rho = \Delta\rho(x,t)$，圧力変化を $\Delta P = \Delta P(x,t)$ とし，微小円柱の体積が自然の状態の体積 V_0 から ΔV だけ変化したとする．

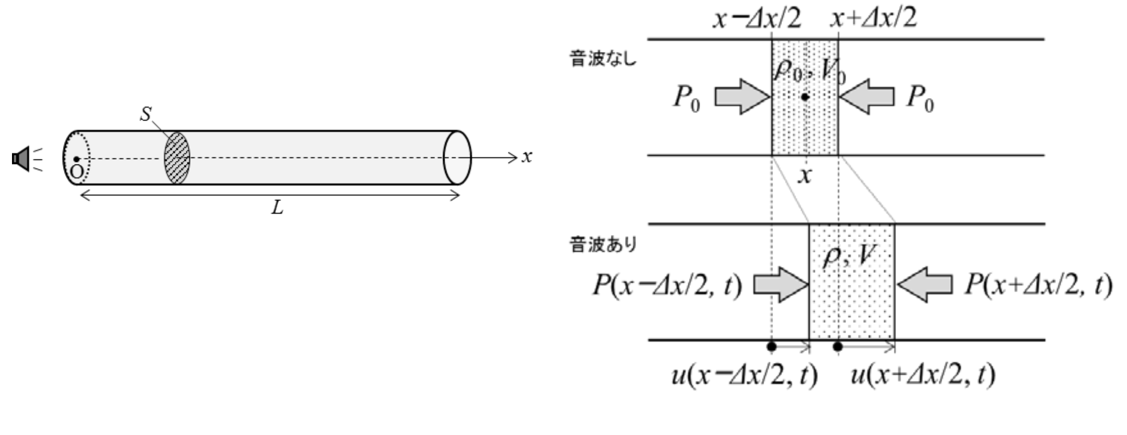

図 1-1 円柱状の弾性体を音波が伝わるときの微小円柱の変位と変形

1. 円柱状の弾性体を伝わる音波（縦波）の挙動を支配する方程式を導く．

まず，媒質の弾性と質量を考える．微小円柱の体積変化率は $\Delta V / V_0 = S\Delta u / S\Delta x$ である．ここで，変位差 Δu は微小円柱両端の変位の差なので，$\Delta u = u(\boxed{\text{A4}}, t) - u(\boxed{\text{A5}}, t)$ である．変位については，任意の x まわりでテイラー展開することで，位置 x の近傍における変位を近似できる．例えば，位置 $x - \Delta x / 2$ における変位は次のように近似される．

$$u(x - \Delta x / 2, t) = u(\boxed{\text{A6}}, t) + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}(\boxed{\text{A7}}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}(\boxed{\text{A7}})^2 + \cdots$$

よって，1 次微小量まで用いることで，$\Delta V / V_0 = \partial u(x,t) / \partial x$ を得る．

フックの法則より $\Delta P = -K(\Delta V / V_0)$ である．ここで，$K\ (>0)$ は弾性体の体積弾性率である．一方，微小円柱の密度が中央における密度 $\rho(x,t)$ で代表されるとし，微小円柱の質量が保存されて $\rho V = \rho_0 V_0$ が成り立つと仮定する．よって，微小円柱の質量は $\boxed{\text{A8}}$ と表わされる．また，$(\rho_0 + \Delta\rho)(V_0 + \Delta V) = \rho_0 V_0$ なので，展開して 1 次微小量まで残すと $\Delta\rho = -\rho_0(\Delta V / V_0)$ となる．以上より，次式を得る．

$$\Delta P(x,t) = -K \cdot \partial u(x,t) / \partial x \qquad (1\text{-}1)$$

$$\Delta \rho(x,t) = -\rho_0 \cdot \partial u(x,t) / \partial x \qquad (1\text{-}2)$$

次に，微小円柱の運動方程式を考える．微小円柱の加速度は中央における加速度で代表されるとする．微小円柱両端に働く力（x 軸の正方向を力の正方向とする）を考慮すると，ニュートンの第二法則より，運動方程式は次式のように立てられる．

$$P(\boxed{\text{A9}}, t) \cdot S - P(\boxed{\text{AX}}, t) \cdot S = \boxed{\text{A8}}\,\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$

圧力は，変位と同様にテイラー展開を用いて近似できる．また，P_0 は定数なので圧力 P および圧力変化 ΔP の偏微分は同等である．以上より，運動方程式は次式に変形される．

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\{\Delta P(x,t)\}}{\partial x}$$

ここに式(1-1)を代入すると次式を得る．

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{K}{\rho_0}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \qquad (1\text{-}3)$$

このような形式の方程式は，波動方程式と呼ばれる 2 階の偏微分方程式である．

----

①長さ	②直径	③軸方向	④径方向	⑤ Δx	⑥ $-\Delta x$
⑦ $\Delta x / 2$	⑧ $-\Delta x / 2$	⑨ x	⑩ $-x$	⑪ $x + \Delta x$	⑫ $x - \Delta x$
⑬ $x + \Delta x / 2$	⑭ $x - \Delta x / 2$	⑮ $\rho_0 S\Delta x$	⑯ $\rho_0 S\Delta u$	⑰ $\rho S\Delta x$	⑱ $\rho S\Delta u$

2. 波動方程式の定数係数の平方根が音速であることを確かめ，具体的な値を求める．

(1) 進行波を考えて音速を求める．

本問では，音源から様々な振動数の音波を出しているため，その中の一つとなる正弦波を考える．進行波の場合，位相速度（伝播速度，本問では音速）を $\upsilon\,(>0)$ としたとき，時間 t の間に距離 υt だけ x 軸の正方向に進行する．したがって，時刻 $t=0$ における波が，振幅 a，波長 λ，波数 $k\,(=2\pi/\lambda)$，位相 δ として，$u(x,0)=a\sin(kx+\delta)$ であるとすると，任意の時刻 t における波は $u(x,t)=a\sin[k(\boxed{\text{B1}})+\delta]$ で表される．よって次式を得る．

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=\boxed{\text{B2}}\sin[k(\boxed{\text{B1}})+\delta],\quad \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\boxed{\text{B3}}\sin[k(\boxed{\text{B1}})+\delta]$$

以上より，次のような関係式を得る．

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\upsilon^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \tag{1-4}$$

これは先ほど得られた波動方程式(1-3)そのものであることから，正弦波が解の一つであり，式(1-3)の定数係数 K/ρ_0 の平方根が音速 υ であることが分かる．

(2) いくつかの気体，液体，固体について，具体的に音速 υ を計算する．

室温，大気圧におけるいくつかの媒質の体積弾性率 K と密度 ρ_0 の概数値が下表で与えられるとすると音速を計算できる．なお題意より，固体の場合は体積弾性率ではなくヤング率 E を与えている．

媒質	体積弾性率 K MPa	密度 ρ_0 kg/m^3	音速 υ m/s
空気	1.4×10^{-1}	1.2	3.4×10^{2}
水	2.2×10^{3}	1.0×10^{3}	$\boxed{\text{B4}}\times10^{3}$
木	6.0×10^{3}	5.0×10^{2}	3.5×10^{3}
鉄	2.2×10^{5}	7.9×10^{3}	5.3×10^{3}

----

① υt	② $-\upsilon t$	③ $x+\upsilon t$	④ $x-\upsilon t$	⑤ k^2	⑥ $-k^2$
⑦ ak^2	⑧ $-ak^2$	⑨ υ^2	⑩ $-\upsilon^2$	⑪ $ak^2\upsilon^2$	⑫ $-ak^2\upsilon^2$
⑬ 0.5	⑭ 1.5	⑮ 2.5	⑯ 3.5	⑰ 4.5	⑱ 5.5

3. 定在波の場合について波動方程式を変数分離法で解く.

媒質柱の長さが無限であれば，時間が経ってもずっと進行する波である．媒質柱の長さが有限の場合は，両端での反射により互いに反対向きに進行する波の合成が繰り返され，特定の振動数の波のみが生き残り，定在波（定常波）に落ち着く.

(1) 偏微分方程式(1-4)を 2 つの常微分方程式に分ける.

定在波は進行しないので，式(1-4)の解が各独立変数の関数の積で与えられるとする.

$$u(x,t) = g(x)h(t) \tag{1-5}$$

式(1-5)を各独立変数で偏微分したものを式(1-4)に代入すると次式を得る.

$$\frac{\boxed{\text{B5}}}{g(x)} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\boxed{\text{B6}}}{\boxed{\text{B7}}}$$

この式の左辺は t を含まず，右辺は x を含まない．よって，両辺とも x および t のいずれも含まないので，ある定数 β となる．これより，次のような 2 階の常微分方程式を得る.

$$\boxed{\text{B5}} - \beta\, g(x) = 0 \tag{1-6a}$$

$$\boxed{\text{B6}} - \upsilon^2 \beta \boxed{\text{B7}} = 0 \tag{1-6b}$$

---

① $g(x)$　② $g'(x)$　③ $g''(x)$　④ $h(t)$　⑤ $h'(t)$　⑥ $h''(t)$

⑦ $u(x,t)$　⑧ $\partial u(x,t)/\partial x$　⑨ $\partial u(x,t)/\partial t$　⑩ $\partial^2 u(x,t)/\partial x^2$　⑪ $\partial^2 u(x,t)/\partial t^2$

⑫ 1　⑬ x　⑭ t

(2) 境界条件を満足する解を求める．

境界条件は媒質柱の端に依る．固定端では変位が無く，自由端では平衡状態からの圧力変化および密度変化が無い．本問では両端自由を考えているので，境界条件は $\boxed{\text{B8}}$ $= 0$ かつ $\boxed{\text{B9}}$ $= 0$，つまり $g'(0) = 0$ かつ $g'(L) = 0$ となる．

式(1-6)の解の形は定数 β の正負により変わる．β を実数定数 $\mu (> 0)$ を用いて表し，任意定数 b_1 ～ b_{10} を用いて式(1-6)の一般解を得る．その解が境界条件を満たすための定数を求め，式(1-5)の解を得る．

	式(1-6a)の一般解,	境界条件を満たす定数,	式(1-5)の解.
$\beta = \mu^2 > 0$,	$g(x) = b_1 \boxed{\text{BX}} + b_2 \boxed{\text{C1}}$,	$b_1 = b_2 = 0$,	$u(x,t) \equiv 0$.
$\beta = 0$,	$g(x) = b_3 \boxed{\text{C2}} + b_4 \boxed{\text{C3}}$,	$b_3 = 0$,	$u(x,t) = b_4(b_5 t + b_6)$.

$\beta > 0$ の場合，$u(x,t) \equiv 0$ では変位が無いので本問では意味が無い．$\beta = 0$ の場合，$u(x,t) = b_4(b_5 t + b_6)$ は数学的にはあり得るが，物理的には時間とともに変位量が単調増加を続けることはないので本問では意味が無い. よって，$\beta < 0$ である．$\beta = -\mu^2$ とおくと，式(1-6)の一般解は次式で表される．

$$g(x) = b_7 \boxed{\text{C4}} + b_8 \boxed{\text{C5}} \tag{1-7a}$$

$$h(t) = b_9 \boxed{\text{C6}} + b_{10} \boxed{\text{C7}} \tag{1-7b}$$

なお，これらを式(1-5)に代入して変形すると，c_1 ～ c_4 を新たな定数として変位は次のようにも表わされる．

$$u(x,t) = c_1 e^{i\mu(x+\upsilon t)} + c_2 e^{i\mu(x-\upsilon t)} + c_3 e^{-i\mu(x-\upsilon t)} + c_4 e^{-i\mu(x+\upsilon t)}$$

この式からも，定在波は x 軸の正の方向に進む波と負の方向に進む波の合成であることを理解できる．

---

① x	② $e^{\mu x}$	③ $e^{-\mu x}$	④ $e^{i\mu x}$	⑤ $e^{-i\mu x}$
⑥ t	⑦ $e^{\mu\upsilon t}$	⑧ $e^{-\mu\upsilon t}$	⑨ $e^{i\mu\upsilon t}$	⑩ $e^{-i\mu\upsilon t}$
⑪ $u(0,t)$	⑫ $u(L,t)$	⑬ $(\partial u/\partial x)_{x=0}$	⑭ $(\partial u/\partial x)_{x=L}$	
⑮ $(\partial^2 u/\partial x^2)_{x=0}$	⑯ $(\partial^2 u/\partial x^2)_{x=L}$	⑰ 0	⑱ 1	

式(1-6)の解は，数学的には複素数でも構わないが，本問では実数である必要があるので式(1-7)の実部のみを取り出すと，$c_5 \sim c_8$ を新たな定数として次のように表わせる．

$$g(x) = c_5 \cos \mu x + c_6 \sin \mu x$$

$$h(t) = c_7 \cos \mu \upsilon t + c_8 \sin \mu \upsilon t$$

これらを式(1-5)に代入すると次式を得る．

$$u(x,t) = (c_5 \cos \mu x + c_6 \sin \mu x)(c_7 \cos \mu \upsilon t + c_8 \sin \mu \upsilon t) \qquad (1\text{-}8)$$

ここで，$g'(0) = 0$ かつ $g'(L) = 0$ より，$\boxed{\text{C8}}$ かつ $\boxed{\text{C9}}$ を得る．すなわち，$\mu L =$ $\boxed{\text{CX}}$ （n は整数）である．したがって，両端自由という境界条件を満足する解は，波の重ね合わせの原理から式(1-8)を利用して次式で与えられる．

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ c_{n5} \cos \frac{n\pi}{L} x \cdot \left(c_{n7} \cos \frac{n\pi}{L} \upsilon t + c_{n8} \sin \frac{n\pi}{L} \upsilon t \right) \right\} \qquad (1\text{-}9)$$

これより，変位速度は次式で与えられる．

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ c_{n5} \cos \frac{n\pi}{L} x \cdot \frac{n\pi}{L} \upsilon \left(-c_{n7} \sin \frac{n\pi}{L} \upsilon t + c_{n8} \cos \frac{n\pi}{L} \upsilon t \right) \right\} \qquad (1\text{-}10)$$

この後，ある時刻 $t = t_0$ における変位および変位速度を初期条件として与え，初期条件も満足する解を求めていく．ここで改めて $t_0 = 0$ とすると，初期変位と初期変位速度は，次のように表される．

$$u(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_{n5} c_{n7} \cos \frac{n\pi}{L} x \qquad (1\text{-}11)$$

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \sum_{n=1}^{\infty} c_{n5} c_{n8} \frac{n\pi}{L} \upsilon \cdot \cos \frac{n\pi}{L} x \qquad (1\text{-}12)$$

---

① $(2n-1)\pi/4$	② $n\pi/2$	③ $(2n-1)\pi/2$	④ $n\pi$
⑤ $(2n-1)\pi$	⑥ $2n\pi$	⑦ $c_5 \cos \mu L = 0$	⑧ $c_5 \sin \mu L = 0$
⑨ $c_5 = 0$	⑩ $c_6 \cos \mu L = 0$	⑪ $c_6 \sin \mu L = 0$	⑫ $c_6 = 0$

(3) 初期条件も満足する解を求める．

初期変位と初期変位速度が次のように与えられるとする．

初期変位：周期 L，振幅 a の三角波

$$u(x,0)=\begin{cases} a(-4x/L+1) & (0 \le x \le L/2) \\ a(4x/L-3) & (L/2 \le x \le L) \end{cases} \tag{1-13}$$

初期変位速度：$(\partial u/\partial t)_{t=0}=0$ (1-14)

与えられた関数を式(1-11)と比較しても係数を得られないため，関数をフーリエ級数展開して三角関数の重ねあわせで近似する．

周期 $2p$ の関数 $q(x)$ のフーリエ展開は次式で表され，フーリエ係数 A_n と B_n は $x=0$ を挟んだ 1 周期分の区間 $[-p,p]$ での積分で得られるので，これらを適用する．

$$q(x)\approx\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left\{A_n\cos\frac{n\pi}{p}x+B_n\sin\frac{n\pi}{p}x\right\} \tag{1-15}$$

$$A_n=\frac{1}{p}\int_{-p}^{p}q(x)\cos\frac{n\pi}{p}x\,dx\,,\qquad B_n=\frac{1}{p}\int_{-p}^{p}q(x)\sin\frac{n\pi}{p}x\,dx \tag{1-16}$$

式(1-13)の関数を $u(x,0)\equiv u(x)$ と置いてフーリエ展開する．この関数 $u(x)$ の場合は，区間 $[-$ D1 , D1 $]$ で積分することになる．$u(x)$ は D2 なので，式(1-16)において A_n の被積分関数は D3 になり，B_n の被積分関数は D4 になる．よって，$B_n=0$ である．また，$A_0=$ D5 である．A_n は，積分範囲を区間[0, D1]にして積分結果を 2 倍にすればよい．計算すると $A_n=4a(1-\cos n\pi)/(n\pi)^2$ を得る．これは，$n=2m-1$ のとき $A_n=$ D6 $/(n\pi)^2$，$n=2m$ のとき $A_n=$ D7 なので，次の近似式を得る．

$$u(x)\approx\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\boxed{\text{D6}}}{[(2m-1)\pi]^2}\cos\frac{2(2m-1)\pi}{L}x \tag{1-17}$$

式(1-11), (1-12), (1-14), (1-17)より，$c_{n5}c_{n7}=$ D6 $/[(2m-1)\pi]^2$，$c_{n8}=0$ となるので，式(1-9)より変位を次式で得る．

$$u(x,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\boxed{\text{D6}}}{[(2m-1)\pi]^2}\cos\frac{2(2m-1)\pi}{L}x\cdot\cos\frac{2(2m-1)\pi}{L}\upsilon t \tag{1-18}$$

これより，級数の第 m 項である u_m の位置周期は D8 ，時間周期は D9 である．

---

① $L/(2m-1)$　② $L/2(2m-1)$　③ $(2m-1)\pi/L$　④ $2(2m-1)\pi/L$

⑤ $L/(2m-1)\upsilon$　⑥ $L/2(2m-1)\upsilon$　⑦ $(2m-1)\pi\upsilon/L$　⑧ $2(2m-1)\pi\upsilon/L$

⑨ $L/4$　⑩ $L/2$　⑪ L　⑫ $2L$　⑬ $2a$　⑭ $4a$

⑮ $8a$　⑯ $16a$　⑰ 0　⑱奇関数　⑲偶関数

(4) 与えられた三角波の関数とフーリエ展開による近似で得た関数のグラフを描く．

式(1-13)の関数，$t=0$ のときの $m=3$ までの近似式(1-17)の関数，その関数項 u_2 と u_3 のグラフを図 1-2 に示す．解答用紙裏面の記述解答欄 1 に図 1-2 が印刷されているので，u_1 のグラフの概略を同じ図上に描きなさい．さらに，どのグラフが u_1，u_2，u_3 であるかを図中に書き示しなさい．

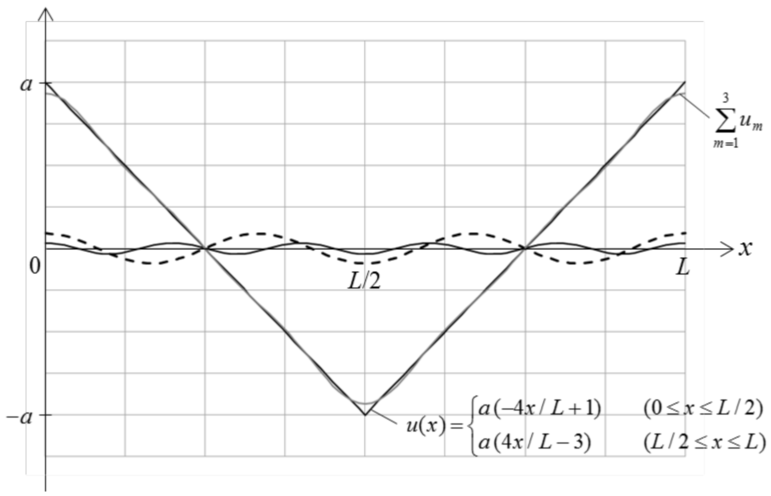

図 1-2　三角波 $u(x)$ とフーリエ展開による $m=3$ までの近似関数のグラフ

三角波の音波というのは日常には存在しないが，このように三角関数を重ね合わせることで人工的に作り出すことは可能である．

4. 定在波の各物理量の挙動を調べる．

式(1-18)において第 1 項の寄与率が高いことから，変位が次式で与えられるとする．

$$u(x,t) = a_0 \cdot \cos\frac{2\pi}{L}x \cdot \cos\frac{2\pi}{L}\upsilon t$$

これを用いて他の物理量の式を求め，変位速度，圧力変化，密度変化も変位と同じ波動方程式に支配されていることを確認できる．いくつかの時刻における各物理量の位置分布のグラフ，変位速度のベクトル図，媒質の疎密図を，図 1-3 に示す．図中には各物理量の式も併記する．

(1) 変位速度の向きと大きさを考える．

解答用紙裏面の記述解答欄 2 に図 1-3 の変位速度の位置分布のグラフとベクトル図が印刷されているので，時刻 $t = L/8\upsilon$ における，$0 \le x \le L$ の $L/8$ 間隔の位置 9 箇所における変位速度ベクトル（矢印）を描きなさい．

(2) 各物理量の挙動を調べる．

物理量として力学的エネルギーも考える．バネによる質点の運動と同じように，音波による微小媒質円柱の運動も弾性エネルギーと運動エネルギーを持つ．エネルギー密度（媒質の単位体積あたりのエネルギー） $\varepsilon = \varepsilon(x,t)$ は次式で表される．

$$\varepsilon(x,t) = \frac{K}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{\rho_0}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 = \frac{\rho_0}{2}\left\{\upsilon^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2\right\}$$

各物理量の式とグラフから次のことが読み取れる．

圧力・密度の変化が生じない位置では，

・ DX も生じない．

・変位の大きさと変位速度の大きさが，各時刻における最大をとる．

・ E1 密度が集中しており，各時刻における最大をとる．

変位が生じない位置では，

・変位速度が常に 0 で， E1 も生じない．

・圧力が最も高く媒質が最も密になり，逆に圧力が最も低く媒質が最も疎にもなる．

・ DX 密度が集中しており，各時刻における最大をとる．

エネルギー密度は空間的にも時間的にも変動するが，媒質柱全体の力学的エネルギーは $E(t) = S\rho_0$ E2 と得られ，時間に依らず一定である．また，音波の強度 I は，波が通過する面の単位面積あたりのエネルギー輸送率で定義され，音速とエネルギー密度の積の 1 周期あたり時間平均で得られるため， $I = \upsilon\rho_0(\pi\upsilon a_0 / L)^2$ となる．

(3) 長さ 3.4 m の土管内の空気中を伝わる音について物理量の概数値を求める．

通常会話ほどの大きさの音，例えば，強度 5.0×10^{-7} W/m²の音の場合，土管内の空気の変動は，次のように非常に僅かであることがわかる．

・空気の圧力は 1.0×10^{5} Pa（大気圧）を中心に $\pm2.9\times10^{-2}$ Pa で周期的に変動

・空気の密度は 1.2 kg/m³を中心に $\pm2.5\times10^{-7}$ kg/m³で周期的に変動

・空気は元の位置を中心に 1.1× E3 m の変位振幅で振動

これらの変動は周期 E4 s という高速で繰り返されており，振動数は E5 Hz である．土管内を覗き込むと音の聴こえ方が変わるのは，このように特定の振動数の音波のみになっているからである．

---

①$10^{-3}$	②$10^{-4}$	③$10^{-5}$	④$10^{-6}$	⑤$10^{-7}$	⑥$10^{-8}$
⑦0.01	⑧0.1	⑨1	⑩10	⑪100	⑫1000
⑬$(2\pi a_0 / L)^2$	⑭$(\pi\upsilon a_0 / L)^2$	⑮$(2\pi\upsilon a_0 / L)^2$	⑯$(\pi\upsilon a_0)^2 / L$	⑰$(2\pi\upsilon a_0)^2 / L$	
⑱力学的エネルギー		⑲弾性エネルギー		⑳運動エネルギー	

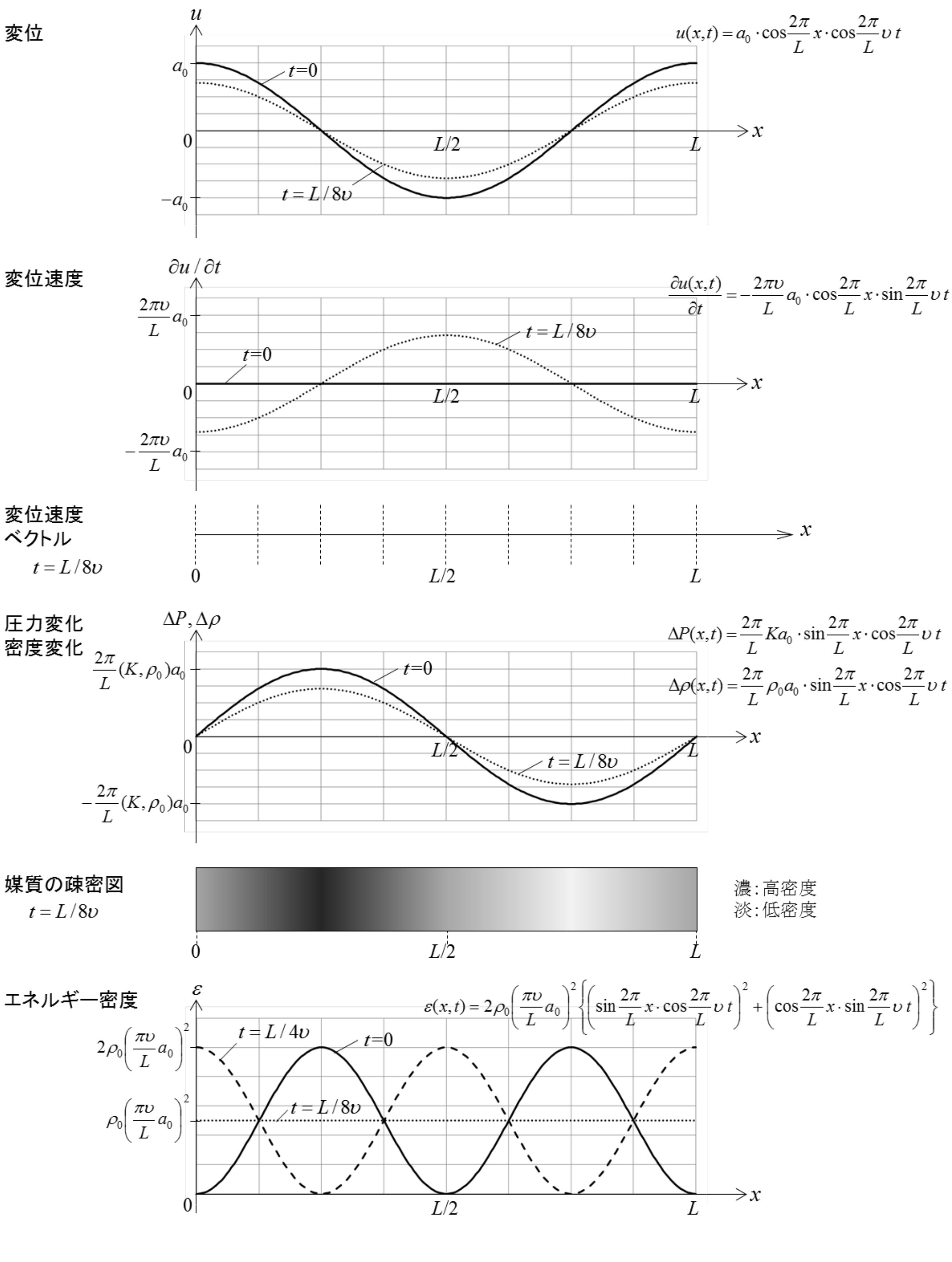

図 1-3　変位，変位速度，圧力・密度の変化，力学的エネルギー密度の分布図，
および時刻 $t = L/8\upsilon$ における変位速度ベクトル図と媒質の疎密図

＜学生のみなさんへ＞

統一テストの大問１は工学的総合問題です。みなさんは、大学に入ってすぐに学科の専門科目を学びたいのだと思いますが、専門科目を学ぶためには高校までに学ぶ内容に加えて、さらに高度な数学・物理学・化学が必要です。大問１の工学的総合問題は、大学で学ぶ理数系基礎科目の内容が工学の中でどのように使われるのかを、簡単な例を用いて段階的に示しています。式が具体的に何を表わしているかを、是非意識するようにしましょう。

＊統一テストの内容に関する意見を工学教育院の問合せメールアドレスにお寄せください。

工学教育院 HP　http://www.iee.eng.tohoku.ac.jp/

問合せメールアドレス　eng-edu@grp.tohoku.ac.jp