

令和 03 年度 統一テスト

(理数基礎学力到達度テスト)

＜問題冊子②＞選択問題

大問 2 (数学②) 大問 3 (数学③)
大問 4 (物理学①) 大問 5 (物理学②)
大問 6 (化学①) 大問 7 (化学②) 大問 8 (化学③)

試験時間 2 時間

＊解答開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません＊

【問題を選択する際の注意】

1. 以下の問題選択ルールに従い、大問 7 問のうち 4 問に解答すること.
 - a) 物理学、化学からそれぞれ 1 問は解答すること.
 - b) 化学を 3 問とも選択することはできない.

2. したがって、選択問題の解答パターンは下記の 4 つのみとなる.

数学 2 問－物理学 1 問－化学 1 問

数学 1 問－物理学 2 問－化学 1 問

数学 1 問－物理学 1 問－化学 2 問

数学 0 問－物理学 2 問－化学 2 問

【解答する際の注意】

1. 大問 1 問につき解答用紙 1 枚（裏面もあり）を用いること.
2. マーク式解答と記述式解答の混合なので注意すること（マーク式のみの大問もあり）.
3. 解答の仕方に特に指示が無い場合は、問題文の **A1**, **A2**, ... にあてはまるものを該当する解答群（選択肢）から選び、選択肢の番号①, ②... で答えること. 同じ選択肢が複数回あてはまることもある.
4. 問題に関する質問は、汚損で読めない等以外は原則認めない.

大問2（数学②）

次の各問に答えなさい。

1. 実数 P, Q, R, S に対し xy 平面上の放物線の方程式を $Px^2 + Qx + Ry + S = 0$ とするとき、以下の問に答えなさい。ただし、 $P = Q = R = S = 0$ の場合を除く。

- (1) この放物線が3点 $(0, 0), (\alpha, 0), (1, \alpha - 2)$ を通るときには $(\alpha \neq 0)$ 、 P, Q, R, S に関する4つの同次連立1次方程式を得ることができ、それを4行4列の正方行列 A を用いて

$$Ac=b, \quad c=\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{bmatrix}, \quad b=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{と表すことにする. ここで, } A \text{ を列ベク}$$

トル a_1, a_2, a_3, a_4 を用いて $A = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]$ と表示した場合には,

$$a_1 = \begin{bmatrix} \boxed{\text{A1}} \\ 0 \\ \boxed{\text{A2}} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} x \\ \boxed{\text{A3}} \\ \boxed{\text{A4}} \\ \boxed{\text{A5}} \end{bmatrix}, \quad a_3 = \begin{bmatrix} y \\ \boxed{\text{A6}} \\ \boxed{\text{A7}} \\ \boxed{\text{A8}} \end{bmatrix}, \quad a_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \boxed{\text{A9}} \\ \boxed{\text{AX}} \end{bmatrix} \quad \text{となる.}$$

- (2) 3点を通る曲線は必ず存在するので、 $Ac=b$ は $\boxed{\text{B1}}$. このとき、 a_1, a_2, a_3, a_4 は $\boxed{\text{B2}}$ であり、 A の階数は $\text{rank } A$ $\boxed{\text{B3}}$ 4 となり、 A の行列式 $(|A|)$ はゼロとなる。

ここで、 $|A| = 0$ を余因子展開することによって解き、 x, y に関する多項式の形まで至る計算過程を 解答用紙裏面の記述解答欄 1 に 書きなさい。

- (3) 上記の計算で求められた多項式において、 $\alpha \neq \boxed{\text{B4}}$ ならばこの多項式は放物線を定める。しかし、 $\alpha = \boxed{\text{B4}}$ ならば3点は $\boxed{\text{B5}}$ 上にあり、その3点を通る放物線は存在しない。

A1 ~ **AX** および **B4** の解答群 _____

- | | | | | | |
|----------------|--------------|-------------|------------|----------------|----------------|
| ① -3 | ② -2 | ③ -1 | ④ 0 | ⑤ 1 | ⑥ 2 |
| ⑦ 3 | ⑧ 4 | ⑨ $-\alpha$ | ⑩ α | ⑪ $\alpha - 1$ | ⑫ $\alpha - 2$ |
| ⑬ $\alpha + 2$ | ⑭ α^2 | ⑮ $-x^2$ | ⑯ $-x$ | ⑰ x | ⑱ x^2 |
| ⑲ y | ⑳ y^2 | | | | |
-

B1 **B2** **B3** の解答群 _____

- | | | | | |
|-------------|-----------|-------------|------------|-------|
| ① ただ1つの解をもつ | ② 自明な解をもつ | ③ 自明でない解をもつ | | |
| ④ 解をもたない | ⑤ 1次写像 | ⑥ 1次従属 | ⑦ 1次独立 | |
| ⑧ $\in$ | ⑨ $>$ | ⑩ $<$ | ⑪ $\simeq$ | ⑫ $=$ |
-

B5 の解答群 _____

- | | | | | | |
|-----------|-------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------|---------|
| ① $y = x$ | ② $x^2 + y^2 = 1$ | ③ $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ | ④ $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ | ⑤ x 軸 | ⑥ y 軸 |
|-----------|-------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------|---------|
-

2. 行列式, 逆行列, 余因子行列および内積空間に関する以下の問に答えなさい.

- (1) 正則な正方行列 B の行列式, 逆行列, 余因子行列, 余因子行列の逆行列, および単位行列をそれぞれ $|B|$, B^{-1} , $\tilde{B}$, $(\tilde{B})^{-1}$, I と表した場合, B と $\tilde{B}$ については逆行列の公式を導く $B\tilde{B} = \boxed{\text{B6}} I$ が成り立つ. この式を変形すると, B と $(\tilde{B})^{-1}$ の間には $B = \boxed{\text{B7}}$ の関係があることが分かる.

- (2) $\mathbf{R}^3$ の 3 つの列ベクトル $\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ の成分を並べた

$$\text{行列 } C = [\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \mathbf{c}_3] \text{ の逆行列は } C^{-1} = \boxed{\text{B8}} \begin{bmatrix} \boxed{\text{B9}} & \boxed{\text{BX}} & \boxed{\text{C1}} \\ 1 & \boxed{\text{C2}} & \boxed{\text{C3}} \\ \boxed{\text{C4}} & \boxed{\text{C5}} & \boxed{\text{C6}} \end{bmatrix} \text{ と}$$

求められる.

- (3) 上記のように C^{-1} が得られたので, 3 つのベクトルの組 $\{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3\}$ は $\mathbf{R}^3$ の基底となる. ここで, $\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{c}_{k+1} - \sum_{i=1}^k (\mathbf{u}_i, \mathbf{c}_{k+1}) \mathbf{u}_i$, $\mathbf{u}_{k+1} = \frac{\mathbf{d}_{k+1}}{\|\mathbf{d}_{k+1}\|}$ ($k = 1, 2$) で表されるグラム-シュミットの正規直交化法により, 正規直交基底 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ を以下の手順で求めなさい. なお, $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ は 2 つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ の内積を表わす.

$$\mathbf{u}_1 = \frac{\mathbf{c}_1}{\|\mathbf{c}_1\|} = \boxed{\text{C7}}, \quad \mathbf{d}_2 = \boxed{\text{C8}} - (\mathbf{u}_1, \mathbf{c}_2) \boxed{\text{C9}} = \boxed{\text{CX}},$$

$$\mathbf{u}_2 = \frac{\mathbf{d}_2}{\|\mathbf{d}_2\|} = \boxed{\text{D1}} \boxed{\text{CX}}, \quad \mathbf{d}_3 = \mathbf{c}_3 - \boxed{\text{D2}} \mathbf{u}_1 - \boxed{\text{D3}} \mathbf{u}_2 = \boxed{\text{D4}},$$

$$\mathbf{u}_3 = \frac{\mathbf{d}_3}{\|\mathbf{d}_3\|} = \boxed{\text{D5}} \boxed{\text{D4}} \text{ となるので, 正規直交基底は } \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$$

$$= \{ \boxed{\text{C7}}, \boxed{\text{D1}} \boxed{\text{CX}}, \boxed{\text{D5}} \boxed{\text{D4}} \} \text{ と求められる.}$$

B6 **B7** の解答群 _____

- ① $|B^{-1}|$ ② $|B|$ ③ $|B|^2$ ④ $|B|^{-1}$ ⑤ $|B|^{-2}$ ⑥ $|\tilde{B}|$
 ⑦ $|\tilde{B}|^2$ ⑧ $|\tilde{B}|^{-1}$ ⑨ $|\tilde{B}|^{-2}$ ⑩ $|B^{-1}|(\tilde{B})^{-1}$ ⑪ $|B|(\tilde{B})^{-1}$ ⑫ $|B|^{-1}(\tilde{B})^{-1}$
 ⑬ $|\tilde{B}|(\tilde{B})^{-1}$ ⑭ $|\tilde{B}|^{-1}(\tilde{B})^{-1}$

B8 ~ **C6** の解答群 _____

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3 ⑥ -2
 ⑦ -1 ⑧ 0 ⑨ 1 ⑩ 2 ⑪ 3 ⑫ 4
 ⑬ 5 ⑭ 6 ⑮ 7 ⑯ 8 ⑰ $-\frac{1}{2}$ ⑱ $-\frac{1}{6}$
 ⑲ $\frac{1}{2}$ ⑳ $\frac{1}{6}$

C7 **CX** **D1** **D4** **D5** の解答群 _____

- ① $\frac{1}{\sqrt{10}}$ ② $\frac{1}{\sqrt{6}}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⑥ $\frac{1}{10}$
 ⑦ $\frac{1}{6}$ ⑧ $\frac{1}{5}$ ⑨ $\frac{1}{3}$ ⑩ $\frac{1}{2}$
 ⑪ $\frac{1}{\sqrt{10}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ⑫ $\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ⑬ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ ⑭ $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ⑮ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ⑯ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
 ⑰ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ⑱ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ⑲ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ⑳ $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

C8 **C9** **D2** **D3** の解答群 _____

- ① $\mathbf{c}_1$ ② $\mathbf{c}_2$ ③ $\mathbf{c}_3$ ④ $\mathbf{d}_1$ ⑤ $\mathbf{d}_2$ ⑥ $\mathbf{d}_3$
 ⑦ $\mathbf{u}_1$ ⑧ $\mathbf{u}_2$ ⑨ $\mathbf{u}_3$ ⑩ $(\mathbf{u}_1, \mathbf{c}_1)$ ⑪ $(\mathbf{u}_1, \mathbf{c}_2)$ ⑫ $(\mathbf{u}_1, \mathbf{c}_3)$
 ⑬ $(\mathbf{u}_2, \mathbf{c}_1)$ ⑭ $(\mathbf{u}_2, \mathbf{c}_2)$ ⑮ $(\mathbf{u}_2, \mathbf{c}_3)$ ⑯ $(\mathbf{u}_3, \mathbf{c}_1)$ ⑰ $(\mathbf{u}_3, \mathbf{c}_2)$ ⑱ $(\mathbf{u}_3, \mathbf{c}_3)$

3. x, y に関する実係数の 2 次の同次式 $f(x, y) = 5x^2 + 8\sqrt{3}xy - 3y^2$ の標準形は, 直交行

列 P による変数変換 $\mathbf{x} = P\mathbf{y}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ によって求めることができる. 次の
問に答えなさい.

(1) $f(x, y)$ を 2×2 正方行列 A を用いて表現すると, $f(x, y) = {}^t\mathbf{x}A\mathbf{x}$ (t : 転置),

$A = \begin{bmatrix} \boxed{\text{D6}} & \boxed{\text{D7}} \\ \boxed{\text{D8}} & \boxed{\text{D9}} \end{bmatrix}$ となり, A の固有値は $\lambda = \boxed{\text{DX}}$, $\boxed{\text{E1}}$ と求められる.

(2) この固有値それぞれに対する固有ベクトルを求めることにより, 正規直交基底よ

り成る行列は 選択肢の番号の若い順に $P = \begin{bmatrix} \boxed{\text{E2}} & \boxed{\text{E3}} \end{bmatrix}$ のように得られ

るので, $f(x, y)$ の標準形は $f(x, y) = \boxed{\text{E4}} X^2 + \boxed{\text{E5}} Y^2$ と求められる.

(3) $\boxed{\text{E4}} X^2 + \boxed{\text{E5}} Y^2 = 63$ は $\boxed{\text{E6}}$ を表す. このグラフの概形を 解答用紙裏面の記
述解答欄 2 に 原点 O , 横軸 X , 縦軸 Y を明記して描きなさい.

(4) $f(x, y) = 63$ の表すグラフの概形を 解答用紙裏面の記述解答欄 3 に 原点 O , 横軸
 x , 縦軸 y を明記して描きなさい. また, 回転行列も書き記しなさい.

D6 ~ **E1** および **E4** **E5** の解答群 _____

- | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| ① $-8\sqrt{3}$ | ② $-6\sqrt{3}$ | ③ $-4\sqrt{3}$ | ④ $-2\sqrt{3}$ | ⑤ $2\sqrt{3}$ | ⑥ $4\sqrt{3}$ |
| ⑦ $6\sqrt{3}$ | ⑧ $8\sqrt{3}$ | ⑨ -10 | ⑩ -9 | ⑪ -7 | ⑫ -5 |
| ⑬ -3 | ⑭ -2 | ⑮ 0 | ⑯ 3 | ⑰ 5 | ⑱ 7 |
| ⑲ 9 | ⑳ 10 | | | | |
-

E2 **E3** の解答群 _____

- | | | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ③ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ④ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑥ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |
| ⑦ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ⑧ $\frac{1}{2}$ | ⑨ $-\frac{1}{2}$ | ⑩ $-\frac{1}{2}$ | ⑪ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ | ⑫ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{5}}$ | $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ |
| ⑬ $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ | ⑭ $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ | ⑮ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ | ⑯ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ | ⑰ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ | ⑱ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ |
| $\frac{1}{\sqrt{5}}$ | $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ | $\frac{2}{\sqrt{5}}$ | $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ | $\frac{2}{\sqrt{5}}$ | $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ |
-

E6 の解答群 _____

- ① 直線 ② 円 ③ 放物線 ④ 楕円 ⑤ 虚楕円 ⑥ 双曲線
-

大問 3 (数学③)

1. 次の関数 $f(x)$ に関する以下の各問に答えなさい. 必要であれば $\frac{3}{2}\pi = 4.7$, $\left(\frac{3}{2}\pi\right)^2 = 22$ を用いてよい.

$$f(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

- (1) $f(x)$ の $x \rightarrow 0$ の極限值は

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = \boxed{\text{A1}}$$

である.

- (2) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \frac{2 \cdot \sin x \cdot g(x)}{x^3}$$

$$g(x) = \boxed{\text{A2}} - \boxed{\text{A3}}$$

である. $0 < x \leq 2\pi$ の範囲で

$$\sin x = 0$$

の解 $x = \pi$ と $x = 2\pi$ で導関数 $f'(x)$ がゼロになり $f(x)$ が極値をとる必要条件を満たす. また, $g(x)$ については, $x = \pi$ で $g(x) < 0$, $x = 2\pi$ で $g(x) > 0$ になるから, この間に

$$g(x) = 0$$

の解が 1 つ存在する. この解 b の近似値を求める.

$x = \pi$ と 2π の中間の $x = \frac{3}{2}\pi$ での, $g(x)$ の 1 次の項までのテイラー展開を利用すると,

$$g(x) \approx \boxed{\text{A4}} + \boxed{\text{A5}} \cdot \left(x - \frac{3}{2}\pi\right) = 0$$

となり, この方程式を解いて $b \approx \boxed{\text{A6}}$ と解の近似値が求められる.

--- $\boxed{\text{A1}} \sim \boxed{\text{A6}}$ の選択肢 -----

① $\sin x$ ② $\cos x$ ③ $\tan x$ ④ $x \cdot \sin x$ ⑤ $x \cdot \cos x$ ⑥ $x \cdot \tan x$

⑦ $g\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ ⑧ $g'\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ ⑨ $g''\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ ⑩ $g\left(\frac{3}{2}\pi\right)$ ⑪ $g'\left(\frac{3}{2}\pi\right)$ ⑫ $g''\left(\frac{3}{2}\pi\right)$

⑬ 0 ⑭ -1 ⑮ 1 ⑯ 3.7 ⑰ 4.5 ⑱ 5.3 ㉑ 6.1

- (3) $\sin x$ と $g(x)$ の符号から, $0 < x < \pi$ の範囲では $f'(x)$ は A7 である. よって, この範囲で $f(x)$ は A8 する. 同様に, $\pi < x < b$ では $f'(x)$ は A9 であり, $f(x)$ は AX する. $b < x < 2\pi$ では $f'(x)$ は B1 であり, $f(x)$ は B2 する.

- (4) $x = \frac{3}{2}\pi$ での, $\sin x$ の 2 次の項までのテイラー展開を利用すると,

$$\sin b \approx \text{B3} + \text{B4} \cdot \left(b - \frac{3}{2}\pi\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{B5} \cdot \left(b - \frac{3}{2}\pi\right)^2 = \text{B6}$$

となり, 三角関数 $\sin b$ の近似値を数値的に求めることができ, $f(b)$ の概数を B7 と計算できる.

- (5) 以上のことを用いて, 関数 $f(x)$ のグラフの概形を $0 < x \leq 2\pi$ の範囲で, 解答用紙裏面の記述欄 1 に描きなさい. なお, $x \rightarrow 0$ での極限值, および極値をとる $x = \pi, b, 2\pi$ での $f(x)$ の値も書き入れること.

- A7 ~ B7 の選択肢 -----
- ① -0.05 ② 0.05 ③ -0.10 ④ 0.10 ⑤ -0.47 ⑥ 0.47 ⑦ -0.98 ⑧ 0.98
 ⑨ $\sin \frac{3}{2}\pi$ ⑩ $\cos \frac{3}{2}\pi$ ⑪ $\sin b$ ⑫ $\cos b$ ⑬ $\sin(b - \frac{3}{2}\pi)$ ⑭ $\cos(b - \frac{3}{2}\pi)$
 ⑮ 正 ⑯ 負 ⑰ 増加 ⑱ 減少

2. 次の関係が成り立つことを以下の手順で示しなさい.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \delta(x-a) dx = f(a)$$

ただし, a は任意の実数, $f(x)$ は任意の連続関数であり, $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数と呼ばれ, 任意の正の実数 μ に対して次のように定義されるものとする.

$$\delta(x) = \lim_{\mu \rightarrow +0} \begin{cases} 0 & x < -\frac{\mu}{2} \\ \frac{1}{\mu} & -\frac{\mu}{2} \leq x \leq \frac{\mu}{2} \\ 0 & x > \frac{\mu}{2} \end{cases}$$

デルタ関数の性質から無限に小さい正の実数 ε に対して,

$$\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta(x) dx = \boxed{\text{B8}}$$

が成り立つ. 従って,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \delta(x-a) dx = \int_{\boxed{\text{BX}}}^{\boxed{\text{B9}}} f(x) \cdot \delta(x-a) dx$$

が成り立ち, さらに, 積分範囲が無限に小さいので連続関数 $f(x)$ はこの間で一定とみなせるから積分の外に出して,

$$\int_{\boxed{\text{BX}}}^{\boxed{\text{B9}}} f(x) \cdot \delta(x-a) dx = \boxed{\text{C1}} \cdot \left\{ \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \left(\int_{\boxed{\text{BX}}}^{\boxed{\text{B9}}} \delta(x-a) dx \right) \right\}$$

と式を変形できる. 右辺中の積分の極限は $\boxed{\text{C2}}$ になるので題意が示される.

--- $\boxed{\text{B8}} \sim \boxed{\text{C2}}$ の選択肢 -----

- ① $f(x)$ ② $f(a)$ ③ $f(-a)$ ④ $f(+\varepsilon)$ ⑤ $f(-\varepsilon)$ ⑥ $f(a+\varepsilon)$ ⑦ $f(a-\varepsilon)$
 ⑧ x ⑨ a ⑩ $-a$ ⑪ $+\varepsilon$ ⑫ $-\varepsilon$ ⑬ $a+\varepsilon$ ⑭ $a-\varepsilon$ ⑮ 1 ⑯ -1
 ⑰ 2 ⑱ -2 ⑲ ∞ ⑳ $-\infty$

(空白ページ)

3. 次の2変数関数 $f(x, y)$ に関する以下の各問に答えなさい. $\log x$ は x の自然対数である.

$$f(x, y) = \log \sqrt{1 + x^2 + y^2}$$

ここに, $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ は, $f(x, y)$ の x, y それぞれについての1階の偏導関数であり, $f_{xx}(x, y)$, $f_{xy}(x, y)$, $f_{yy}(x, y)$ は2階の偏導関数である.

(1) h, k を十分に小さい正の実数とする. 2変数関数のテイラーの定理より, 極値点 (a, b) とそこから h, k だけ離れた近傍 $(a + h, b + k)$ で, $f(a + h, b + k)$ と $f(a, b)$ の関係は剰余項を R_n にまとめて下式で表される.

$$f(a + h, b + k) = f(a, b) + (h \cdot f_x(a, b) + k \cdot f_y(a, b)) + R_n$$

極値点では1階の偏導関数がゼロである. よって2次の項までのテイラー展開を用いると, $f(a + h, b + k)$ と $f(a, b)$ の差 Δ は h, k により下式で表すことができる.

$$\begin{aligned} \Delta &= f(a + h, b + k) - f(a, b) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \{h^2 \cdot f_{xx}(a, b) + 2hk \cdot f_{xy}(a, b) + k^2 \cdot f_{yy}(a, b)\} \end{aligned}$$

この式に平方完成を施して

$$\Delta = \frac{1}{2} \cdot f_{xx}(a, b) \left\{ \left(h + \frac{f_{xy}(a, b)}{f_{xx}(a, b)} \cdot k \right)^2 + \frac{\boxed{\text{C3}} \cdot \boxed{\text{C4}} - \boxed{\text{C5}}^2}{\{f_{xx}(a, b)\}^2} \cdot k^2 \right\}$$

と変形すると

$$\begin{aligned} P(a, b) &= f_{xx}(a, b) \neq 0 \\ Q(a, b) &= \boxed{\text{C3}} \cdot \boxed{\text{C4}} - \boxed{\text{C5}}^2 \end{aligned}$$

の符号によって Δ の正負を判定できる条件が導かれる.

$$P(a, b) > 0 \quad \text{かつ} \quad Q(a, b) \boxed{\text{C6}} 0$$

であれば, Δ が常に $\boxed{\text{C7}}$ なので $f(a, b)$ は $\boxed{\text{C8}}$ であり,

$$P(a, b) \boxed{\text{C9}} 0 \quad \text{かつ} \quad Q(a, b) \boxed{\text{CX}} 0$$

であれば, Δ が常に $\boxed{\text{D1}}$ なので $f(a, b)$ は $\boxed{\text{D2}}$ である.

(2) 与えられた関数 $f(x,y)$ の 1 階の偏導関数 $f_x(x,y)$ と $f_y(x,y)$ および 2 階の偏導関数 $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ を求め, 解答用紙裏面の記述欄 2 に書きなさい.

(3) 以上を用いて, 与えられた関数 $f(x,y)$ の極値を計算する.

まず, 極値を取るための 1 階の偏導関数の必要条件を満たす極値点は $a = \boxed{\text{D3}}$, $b = \boxed{\text{D4}}$ である.

次に, この極値点で真に極値を持ちそれが極大か極小かを吟味するために 2 階の偏導関数を計算する.

$$f_{xx}(a,b) = \boxed{\text{D5}}$$

$$f_{yy}(a,b) = \boxed{\text{D6}}$$

$$f_{xy}(a,b) = \boxed{\text{D7}}$$

以上より,

$$P(a,b) = \boxed{\text{D8}}$$

$$Q(a,b) = \boxed{\text{D9}}$$

となる. したがって, 極値点 (a,b) で関数 $f(x,y)$ は $\boxed{\text{DX}}$ を示し, その値は $\boxed{\text{E1}}$ である.

--- $\boxed{\text{C3}}$ ~ $\boxed{\text{E1}}$ の選択肢 -----

① $f_x(a,b)$ ② $f_y(a,b)$ ③ $f_{xx}(a,b)$ ④ $f_{xy}(a,b)$ ⑤ $f_{yy}(a,b)$

⑥ 0 ⑦ 1 ⑧ -1 ⑨ 2 ⑩ -2 ⑪ < ⑫ ≤ ⑬ = ⑭ ≥ ⑮ >

⑯ 正 ⑰ 負 ⑱ 極小 ⑲ 極大 ⑳ 鞍部

大問4（物理学 ①）

以下の各問いに答えなさい．なお，物理量の単位について特に記さない限り省略する．また，本問では物理量の時間微分をドットで表すことがある．例えば $\frac{d}{dt}q$ を $\dot{q}$ ， $\frac{d^2}{dt^2}q$ を $\ddot{q}$ ，などのように記す．

- 図1に示すように質量 m の小物体が長さ a の軽い剛体棒の一端に取り付けられ，棒の他端は原点 O に固定されている．小物体は図の x, y 平面が表す水平面上を滑らかに運動するものとする．

小物体には x 軸方向に力 $\mathbf{F}$ が作用する．重力の場合と異なって，その大きさと向きは場所に依存している（補足1を参照）．小物体の位置が $\mathbf{r} = (x, y)$ のとき， k を正の定数として

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (-ky, 0)$$

であり，他に外力は作用していないとする．

初め小物体は $A(0, -a)$ に静止していたとする．しばらくは x 軸方向の正の向きに力を受けて運動し，棒は回転し小物体は円弧を描く．小物体が点 $B(a, 0)$ に到達したときの速さを v_0 と記す． v_0 を表す式を求めなさい．

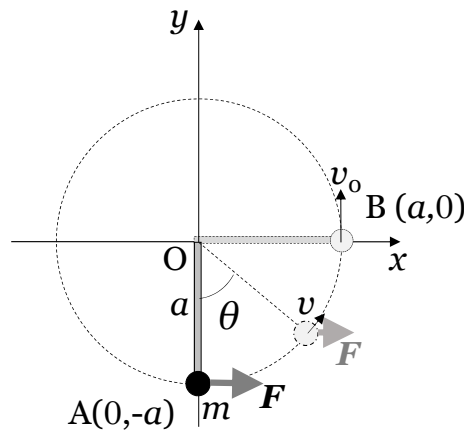


図1: 軽い剛体棒の一端が固定され，他端に付けられた小物体が2次元的な運動をする

解： 与えられた $\mathbf{F}$ の他に外力が作用していないことから，小物体が点 A から B ま
で動く間にこの力が小物体にする仕事 W は， A1 の定理から，

$$W = \text{ A2 }$$

を満たす．

W の定義を式で表すと，運動の経路 C_{AB} と力とを用いて次のようになる．

$$W = \int_{C_{AB}} \text{ A3 }$$

経路は $\{\mathbf{r} = (a \sin \theta, -a \cos \theta); 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ のように表せる．積分の計算を実行
すると（注 1），

$$W = \text{ A4 }$$

が得られる．これらから，

$$v_0 = \text{ A5 }$$

となる．

補足 1 2 次元的な流れの中に置かれた物体が流れによって力を受けてい
るとき，流速が場所に依る場合にはこのような力を想定することができる．

注 1 必要であれば次の公式を使ってよい．

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta, \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1, \text{ また } \cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

A1 ～ A5 の選択肢 _____

- | | | | | |
|-----------------------|-------------------------------|----------------------------------|--------------------------|-----------------------|
| ① 運動量・力積 | ② 0 | ③ ka | ④ $\frac{1}{2}ka^2$ | ⑤ $\frac{1}{2}mv_0^2$ |
| ⑥ エネルギー散逸 | ⑦ $ \mathbf{F} d\mathbf{r} $ | ⑧ $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ | ⑨ $F_x dx$ | ⑩ $F_y dy$ |
| ⑪ 仕事・エネルギー | ⑫ $\sqrt{\frac{\pi m}{2k}} a$ | ⑬ $\sqrt{\frac{\pi k}{2m}} a$ | ⑭ $\sqrt{\frac{k}{m}} a$ | ⑮ mv_0 |
| ⑯ $(F_y dx - F_x dy)$ | ⑰ $\frac{k}{m} a$ | ⑱ $\frac{k}{m} a^2$ | ⑲ $\frac{\pi}{4} ka^2$ | ⑳ $m \frac{v_0^2}{a}$ |

2. 図 2 (a) のように、軽い剛体の直管の中に軽いバネと小物体が入っている．バネの自然の長さは ℓ で、バネの左端は長さが 2ℓ の管の左端 A に取り付けられている．バネの右端に小物体が取り付けられており、小物体は管の中を滑らかに動くことができる．小物体の位置を P と記す．

図 2 (b) のように、管はその中点 O を支点として鉛直面内で滑らかに回転できるとする．この図は水平方向を向いている状態を示したものである．管の水平方向からの傾きは、何らかの方法で外部から操作することができる．小物体には重力が図の下方に向かって作用している．図のように管が水平であるとき、自然の状態では小物体は管の中央で静止している．管の傾きが図のような時間変化をすると、重力とバネの力を受けて小物体は運動する．ただし、小物体の変位は小さく、管の右端を飛び出すことがない範囲にとどまるとする．

図 2 (c) のように、点 O を原点にとり、水平右向きを x 軸、鉛直上向きを y 軸とする．管の傾きを図のように θ で表し、 $|\theta| \ll 1$ であるとする．P の座標を (x, y) で表す．小物体の質量を m 、バネ定数を k とし、重力加速度を g と記す．

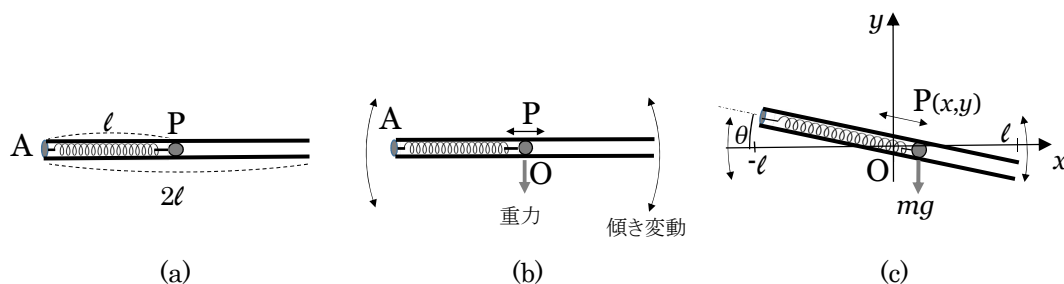


図 2: 軽い剛体の直管の中でバネに結ばれた小物体がなめらかに運動する．

- (1) 管が固定されてその傾き θ が与えられた一定値であるとする．小物体のポテンシャルエネルギー U を、 $x = 0$ のときを基準にして、ここまでに定義されている量を用いてただし y を用いずに、表しなさい．次にそれを用いて、小物体のつり合いの位置を求めなさい．また、つり合いから外れたとき、小物体はどのような運動をするか予想しなさい．

解： $|\theta| \ll 1$ であるときにはバネの伸びは x に等しいと近似してよいから、バネの力によるポテンシャルエネルギーは A6 である．

重力のポテンシャルエネルギーを点 O を基準として y で表すと A7 である．これは θ が小さい範囲では A8 と表すことができる．したがって、

$$U(x, \theta) = \text{A6} + \text{A8}$$

である．

小物体に作用する x 方向への力 F は、小物体に作用する力のポテンシャルを使うと、 $F = \boxed{\text{A9}}$ で与えられる。これを計算して

$$F = \boxed{\text{AX}}$$

と求まる。これが 0 になる条件から、つり合う位置では $x = \boxed{\text{B1}}$ である。
またこれにより、小物体の運動方程式は、

$$m\ddot{x} = \boxed{\text{AX}}$$

となる。ここでは θ が一定で変化しないから、

$$u = x - \boxed{\text{B1}}$$

とおくと、 u を変数とする小物体の運動方程式は

$$m\ddot{u} = \boxed{\text{B2}}$$

となる。よって、運動は $\boxed{\text{B3}}$ であり、角振動数 ω_0 は

$$\omega_0 = \boxed{\text{B4}}$$

である。

$\boxed{\text{A6}} \sim \boxed{\text{B1}}$ の選択肢 _____

- | | | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|---|-------------------------|--|
| ① 0 | ② $\frac{1}{2}kx^2$ | ③ $\frac{1}{2}k\theta^2$ | ④ $\frac{1}{2}kx\theta$ | ⑤ mgx |
| ⑥ $mg y$ | ⑦ $mg\theta\frac{x}{\ell} + mgx$ | ⑧ $\frac{\partial U}{\partial x}$ | ⑨ $-mgx\theta$ | ⑩ $\frac{\partial U}{\partial \theta}$ |
| ⑪ $-\frac{\partial U}{\partial x}$ | ⑫ $-kx + mg$ | ⑬ $-\frac{\partial U}{\partial \theta}$ | ⑭ $mg\theta$ | ⑮ $-kx + mg\theta$ |
| ⑯ $\frac{mg}{k}$ | ⑰ $\frac{mg\theta}{k}$ | ⑱ $-\frac{mg\theta}{k\ell}$ | ⑲ $-\frac{mg}{k}$ | ⑳ $-kx + \frac{mg\theta}{\ell}$ |

$\boxed{\text{B2}} \sim \boxed{\text{B4}}$ の選択肢 _____

- | | | | | |
|------------------------|------------------------|--|-----------------------------|--------|
| ① 0 | ② $-kx$ | ③ $-ku$ | ④ $-\frac{mg\theta}{2\ell}$ | ⑤ 合成振動 |
| ⑥ $\frac{m}{k}$ | ⑦ $\frac{k}{m}$ | ⑧ $k\left(x - \frac{mg\theta}{k}\right)$ | ⑨ $\sqrt{\frac{g}{2\ell}}$ | ⑩ 単振動 |
| ⑪ $\sqrt{\frac{k}{m}}$ | ⑫ $\sqrt{\frac{m}{k}}$ | ⑬ $\sqrt{\frac{2k}{m}}$ | ⑭ $\sqrt{\frac{m}{2k}}$ | ⑮ 強制振動 |

- (2) 時刻 $t < 0$ には $\theta = 0$ であって小物体はつり合いの位置にあり，時刻 $t > 0$ では $\theta = a \sin \omega_0 t$ であって小物体はこれによる運動をするものとする．ただし， a は定数， ω_0 は (1) で求めた角振動数である．

(1) で導いた運動方程式を解いて小物体の位置 $x(t)$ を求めなさい（補足 2）．時刻 t が θ の振動の周期の整数倍に等しいときの x と，小物体の速度 $\dot{x}$ ，を求めなさい．また， $x(t)$ のグラフの概形を示しなさい．

解： 小物体の運動方程式から， $t \geq 0$ において $x(t)$ の満たす微分方程式は

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \boxed{\text{B5}}$$

であり，初期条件は， $t = 0$ で $x = 0$ ， $\dot{x} = \boxed{\text{B6}}$ である．この微分方程式の特解のひとつとして

$$x = Ct \cos \omega_0 t$$

の形を仮定する．ただし， C は未定の定数である．これが微分方程式を満たすことから

$$C = \boxed{\text{B7}}$$

を得る．これに，今の $x(t)$ の微分方程式の非斉次項を 0 とした斉次方程式の一般解を加えて， $x(t)$ の一般解が得られる．その上で初期条件を満たす解として一般解の定数を定めることにより，

$$x = \boxed{\text{B7}} \left(t \cos \omega_0 t - \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right)$$

が得られる．これより， $\theta(t)$ の周期を $T = 2\pi/\omega_0$ として，一周期ごとの時刻 $t = nT$ ； $n = 1, 2, \dots$ ，において

$$x(nT) = \boxed{\text{B7}} nT, \quad \dot{x}(nT) = \boxed{\text{B8}}$$

である．ここで考察したように外的拘束や外力の変動の周期がある条件を満たす場合に振動の振幅が次第に大きくなる現象は $\boxed{\text{B9}}$ とよばれる．

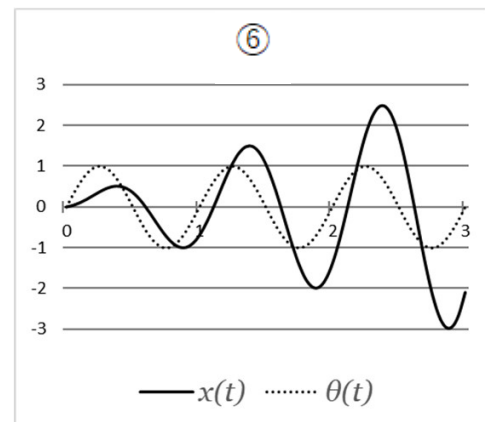
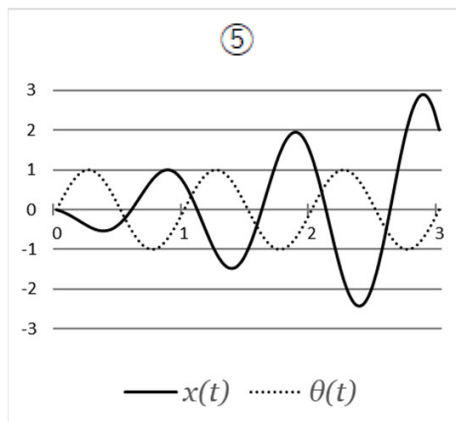
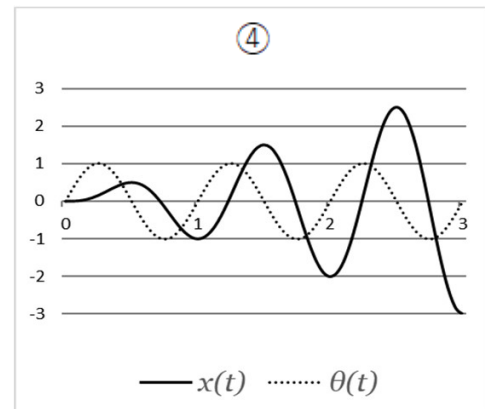
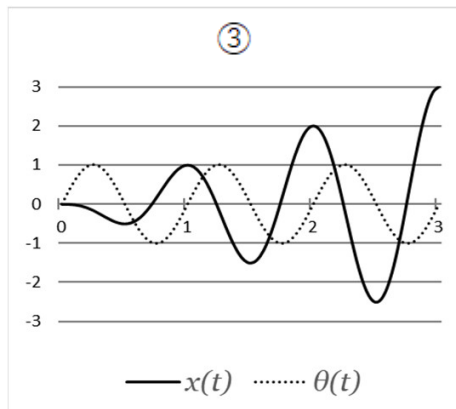
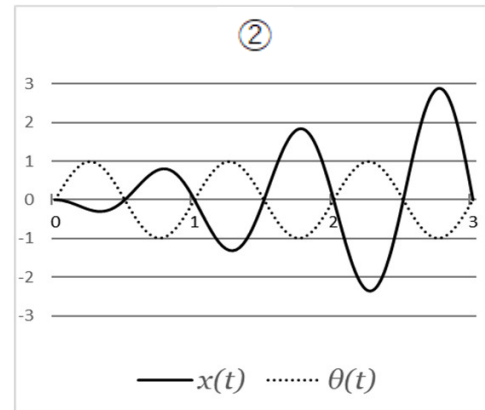
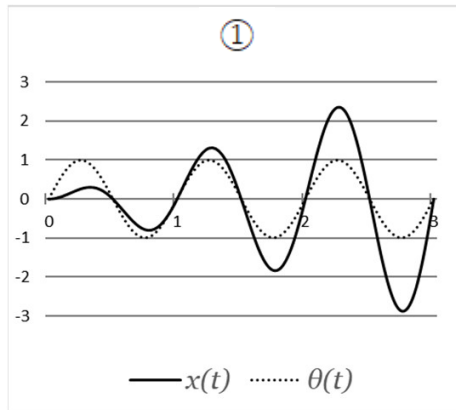
$x(t)$ のグラフの概形を $\theta(t)$ のグラフとあわせて示すと， $a > 0$ の場合に， $\boxed{\text{BX}}$ のようになる．ただしグラフの縦軸は， $x(t)$ については $\boxed{\text{B7}}T$ を単位とし， $\theta(t)$ については a を単位にしてある．横軸は T を単位とした．

補足 2 束縛条件が時間的に変化するとき，小物体に作用する力は運動の個別の詳細に依存するので，ポテンシャルは定義されない．ただし， $|\theta| \ll 1$ ならば，傾きが変化する斜面上の小物体の運動方程式は，固定されて θ が一定である場合の運動方程式で近似できて， θ を時間の関数であるとして解けばよい．

B5 ~ B9 の選択肢 _____

- ① 0 ② $\frac{ag}{\ell} \sin \omega_0 t$ ③ $\frac{ag}{2\ell} \sin \omega_0 t$ ④ $ag \sin \omega_0 t$ ⑤ $-g + \frac{ag}{\ell} \sin \omega_0 t$
 ⑥ $\frac{ag}{\ell \omega_0}$ ⑦ $-\frac{ag}{\ell \omega_0}$ ⑧ $\omega_0 x(nT)$ ⑨ $\frac{ag}{\omega_0}$ ⑩ $-\frac{ag}{2\omega_0}$
 ⑪ $\frac{ag}{4\ell \omega_0}$ ⑫ 加速 ⑬ 励振 ⑭ 共鳴 ⑮ 揺動

BX の選択肢 _____



大問 5 (物理学②)

以下の各問に答えなさい。ここでは、空間座標として空間に固定された右手系の直交座標を用い、角度は **radian** を使用する。また、時間の関数の微分については、例えば関数 q であれば、1 階微分を dq/dt または $\dot{q}$ 、2 階微分を d^2q/dt^2 または $\ddot{q}$ と表記する。

1. 連続体の力学の基本量

ベクトル量は太字斜体で書く。 x, y, z 方向の各基本ベクトルをそれぞれ $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ とする。物体 A は閉じた境界面 S に囲まれた体積 V の連続体である。 S も V も時間 t とともに変化する。閉じた境界面 S を通過する物質の出入りはないものとする。物体 A 内の時間 t ・座標 $\mathbf{r}$ ($= (x, y, z)$) における密度 (単位体積あたりの質量) を ρ とすると、時間 t ・座標 $\mathbf{r}$ にある微小体積 $\Delta V (= \Delta x \Delta y \Delta z)$ 部分の質量は A1 である。時間 t における物体 A の質量 M は各微小部分の質量の体積積分により

$$M = \int_V \text{A2} dV \quad (1)$$

と表せる。積分記号右下の V は積分範囲を示す。この積分形表式は、任意形状の連続体の様々な物理量を解析や計算機で値を求めるために工学的に有用である。境界面 S を通過する物質の出入りがないので V が変化しても物体 A の質量 M は変化せず一定で保存量である。この物体 A の重心座標 $\mathbf{r}_G$ は、物体 A 内の座標 $\mathbf{r}$ の重み (ρ) つき平均であるから次式で表せる。

$$\mathbf{r}_G = \int_V \text{A3} dV / M \quad (2)$$

物体 A の時間 t ・座標 $\mathbf{r}$ における速度を $\mathbf{v}$ とすると時間 t ・座標 $\mathbf{r}$ における微小体積 ΔV 部分の運動量は A4 である。よって物体 A の運動量 $\mathbf{p}$ は時間 t における空間積分により

$$\mathbf{p} = \int_V \text{A5} dV \quad (3)$$

となる。そのとき重心速度 $\mathbf{v}_G$ は A6 である。

この物体 A に地上で重力 (加速度 $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z, g > 0$) のみが作用すれば、重心の運動に関するニュートンの運動方程式は次式となる。

$$\dot{\mathbf{p}} = \text{A7} \quad (4)$$

物体 A の時間 t ・座標 $\mathbf{r}$ における微小体積部分の重心周りの角速度 $\boldsymbol{\omega}$ はベクトル外積を使えば次式となる．

$$\boldsymbol{\omega} = (\boxed{\text{A8}}) \times (\mathbf{v} - \mathbf{v}_G) / \boxed{\text{A9}} \quad (5)$$

物体 A の時間 t ・座標 $\mathbf{r}$ における微小体積 ΔV 部分の重心周りの角運動量は $(\boxed{\text{A8}}) \times (\boxed{\text{AX}}) \rho \Delta V$ である．物体 A の重心に関する角運動量 $\mathbf{L}$ はすべての微小部分がもつ角運動量の総和であるから

$$\mathbf{L} = \int_V (\boxed{\text{A8}}) \times (\boxed{\text{AX}}) \rho dV \quad (6)$$

となる．

A1～AX の選択肢

- | | | | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------------|------------------------------|
| ① ρ | ② $\rho \Delta V$ | ③ $\mathbf{r}$ | ④ $\rho \mathbf{r}$ | ⑤ $\rho \mathbf{v}$ | ⑥ $\rho \mathbf{r} \Delta V$ |
| ⑦ $\rho \mathbf{v} \Delta V$ | ⑧ $\mathbf{p} M$ | ⑨ $\mathbf{p} / M$ | ⑩ $M \mathbf{g}$ | ⑪ $-M \mathbf{g}$ | |
| ⑫ $\mathbf{r} - \mathbf{r}_G$ | ⑬ $ \mathbf{r} - \mathbf{r}_G $ | ⑭ $ \mathbf{r} - \mathbf{r}_G ^2$ | ⑮ $2 \mathbf{r} - \mathbf{r}_G ^2$ | ⑯ $\mathbf{v} - \mathbf{v}_G$ | |
| ⑰ $ \mathbf{v} - \mathbf{v}_G $ | ⑱ $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ | ⑲ $\mathbf{p} \times \mathbf{r}$ | ⑳ $\mathbf{r} \times (\mathbf{v} - \mathbf{v}_G)$ | | |

2. 気体・液体・剛体の連携運動

図 1 に示すように、原点 O を中心とする半径 R の円板周上に、同じ中心と半径で内断面積が S の円形細管が固定された円盤状剛体（以後、剛体部分と呼ぶ）がある。この円形細管の下半分に一定密度 ρ の液体を入れ、液体も含めた全体を円盤と呼ぶことにする。この系は無重力環境下であり、液体は運動中でも静止時と同じ半円形の液柱形状を保つものとして、原点 O を中心とする剛体部分と液柱それぞれの回転運動について考える。細管内気体の質量は無視でき、液体と管内壁面との間に作用する表面張力や粘性摩擦力もここでは無視できるものとする。円形細管内の位置 Q に気密壁がありこの壁を越える気体の管内移動はなく、また界面で気体の溶解も液体の蒸発もないものとする。点 Q と原点を結ぶ線分が y 軸となす角を θ とし剛体部分の回転角を表す。右側液面と原点を結ぶ線分が x 軸となす角を ϕ とする。運動中も常に $|\phi| \ll 1$, $|\theta| \ll 1$ とする。

図 1(a) は、円形細管内 $y < 0$ 側に液体、 $y > 0$ 側には気密壁の左右とも体積が V_0 、圧力 P_0 の気体があり液体と静圧がつり合い静止した状態である。図 1(b) は、静止状態の剛体部分に外部から xy 面内でなんらかの回転操作をして形成した状態であり、これを初期状態 ($t=0$) とする。 $t=0$ では、

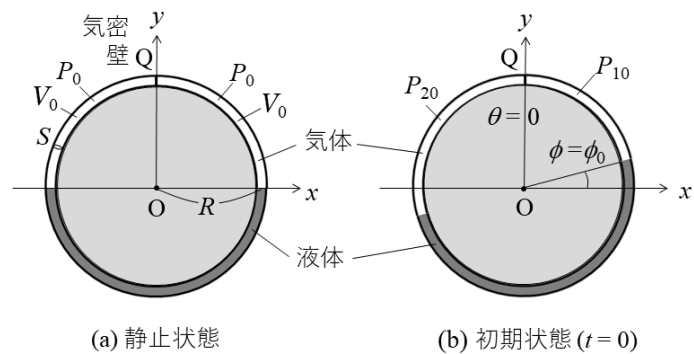


図 1

剛体部分の角度 θ と回転角速度 $\omega_D (=d\theta/dt)$ はどちらも 0、右側液面の位置を示す角は $\phi = \phi_0$ ($0 < \phi_0 \ll 1$)、液柱の角速度 $\omega_L (=d\phi/dt)$ は 0 である。

$t \geq 0$ では、円盤に外部からトルクは作用しない。細管内 Q の右側と左側の気体では、圧力 P_1, P_2 と体積 V_1, V_2 がそれぞれ理想気体の断熱圧縮の式 ($PV^\gamma = \text{一定}$, γ は気体の比熱比 (定数 $\gamma > 1$)) に従うものとする。図 2 で液柱の右端と左端液面の位置をそれぞれ A, B と表す。

$t > 0$ における、気体を介して連携した液柱と剛体部分の回転運動について考える。原点 O に関する、剛体部分の慣性モーメントを I_D 、液柱の慣性モーメントを I_L とする。

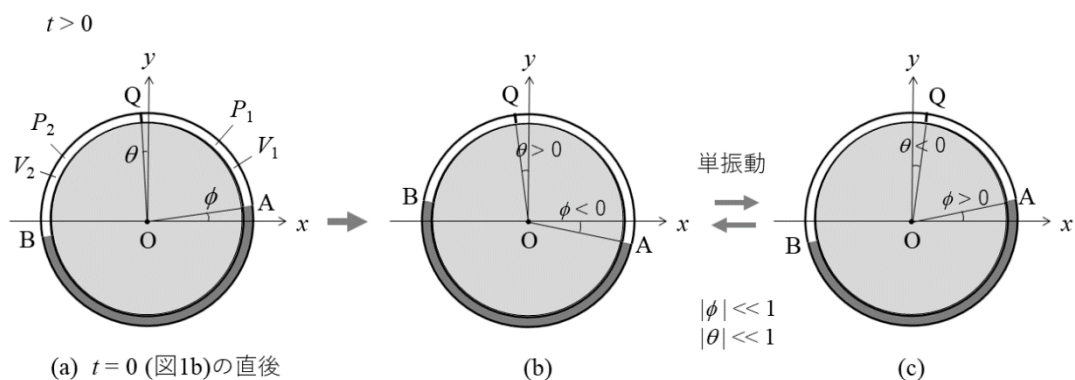


図 2

$t = 0$ 直後 (図 2(a)) では, 細管内の気密壁 Q の右側気体圧力 P_1 は $P_1 > P_0$, 左側気体圧力 P_2 は $P_2 < P_0$ となって液柱の左右面で圧力差ができるため, 液柱を時計回りに押し戻す力が作用し, 同時に気密壁には反時計回りの向きに力が働くことになる. これらはこの系の剛体部分と液柱を逆向きに回転運動させる内部トルクとなる. これらの内部トルクによってこの系が図 2(b), (c) のように単振動運動をすることを以下で導く.

$t \geq 0$ における Q の右側と左側の気体体積 V_1, V_2 は, それぞれ $\angle QOA$ と $\angle QOB$ に比例するから V_0, θ, ϕ を用いて表せば, $V_1 = V_0$ B1, $V_2 = V_0$ B2 となる. それぞれの圧力は断熱圧縮の式より各体積を用いて, $P_1 = P_0$ B3, $P_2 = P_0$ B4 となる.

$t > 0$ における細管内液柱に作用する圧力差 $P_1 - P_2$ は, $|\phi - \theta| \ll 1$ であるから 1 次近似*により, B5 P_0 となる. よって細管内液柱に働く原点 O 周りのトルクは時計回りに B6 B5 $P_0 S$ である. 剛体部分には気密壁を介して同じ大きさのトルクが反時計回りに作用する.

*1 次近似: $f(s) = (1+s)^a$ (a は定数) のテイラー展開式は,

$f(s) = (1+s)^a = 1 + as + \frac{a(a-1)}{2}s^2 + \dots$ である. $|s| \ll 1$ のとき 1 次近似では s の 2 次以上の項を無視し, $(1+s)^a \approx 1 + as$ となる.

B1～B6 の選択肢

- | | | | |
|--|--|---|---|
| ① $\frac{2(\phi - \theta)}{\pi}$ | ② $\frac{4(\phi - \theta)}{\pi}$ | ③ $\left(1 + \frac{2(\phi - \theta)}{\pi}\right)$ | ④ $\left(1 - \frac{2(\phi - \theta)}{\pi}\right)$ |
| ⑤ $\frac{2\gamma(\phi - \theta)}{\pi}$ | ⑥ $\frac{4\gamma(\phi - \theta)}{\pi}$ | ⑦ V_0 / V_1 | ⑧ V_0 / V_2 |
| ⑨ $(V_0 / V_1)^\gamma$ | ⑩ $(V_0 / V_2)^\gamma$ | ⑪ R | ⑫ R^2 |

よって剛体部分と液柱の回転の運動方程式はそれぞれ次式となる．

$$I_D \frac{d^2\theta}{dt^2} = \boxed{\text{B6}} \boxed{\text{B5}} P_0 S \quad (7)$$

$$I_L \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\boxed{\text{B6}} \boxed{\text{B5}} P_0 S \quad (8)$$

ここで液柱の原点周りの慣性モーメント I_L は $\boxed{\text{B7}}$ となる． $t = 0$ における系全体の原点周りの $\boxed{\text{B8}}$ は 0 である． $t > 0$ では，系全体に外界から作用するトルクはないので，剛体部分の $\boxed{\text{B8}}$ と液柱の $\boxed{\text{B8}}$ の和は 0 であるから，液柱の角速度 ω_L は剛体部分の角速度 ω_D を用いて

$$\omega_L = -(\boxed{\text{B9}}) \omega_D \quad (9)$$

と表せる．この両辺を時間積分して初期条件に整合させると

$$\phi = -(\boxed{\text{B9}}) \theta + \boxed{\text{BX}} \quad (10)$$

となる．これを式(7)に代入すれば剛体部分の角 θ の単振動の微分方程式が得られ，式(8)は不要となる．これより剛体部分の単振動の振動数 f と角度 θ は次式となる．

$$f = \frac{1}{2\pi} [\boxed{\text{C1}} (1 + \boxed{\text{B9}})]^{1/2} \quad (11)$$

$$\theta = \boxed{\text{C2}} [1 - \boxed{\text{C3}} (2\pi f t)] \quad (12)$$

B7～BX, C1～C3 の選択肢

- ① $\pi\rho SR^2$ ② $\pi\rho SR^3$ ③ $\frac{2RP_0S}{\pi I_D}$ ④ $\frac{4RP_0S}{\pi I_D}$ ⑤ $\frac{2\gamma RP_0S}{\pi I_D}$ ⑥ $\frac{4\gamma RP_0S}{\pi I_D}$
- ⑦ I_L / I_D ⑧ I_D / I_L ⑨ $\phi_0 I_L / I_D$ ⑩ $\frac{\phi_0}{1 + I_D / I_L}$ ⑪ $\phi_0 (1 + I_D / I_L)$
- ⑫ γ ⑬ ϕ_0 ⑭ $\gamma\phi_0$ ⑮ $\sin$ ⑯ $\cos$ ⑰ $\tan$
- ⑱ 運動量 ⑲ エネルギー ⑳ 角運動量

(空白ページ)

大問 6 (化学①)

必要があれば，以下の物理定数値を使うこと．

プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

電子の質量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

電子の電荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

真空中での光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

1. 電磁波，物質波ならびに光電効果に関する以下の設問(1)～(3)に答えよ．

- (1) 波長 λ の逆数を波数 $\bar{\nu}$ とするとき， $\bar{\nu} = 400 \text{ cm}^{-1}$ の電磁波のエネルギーとして最も適切なものを，下の①～⑫のうちから 1 つ選べ． A1

- | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $1.27 \times 10^{-41} \text{ eV}$ | ② $1.27 \times 10^{-39} \text{ eV}$ | ③ $1.27 \times 10^{-35} \text{ eV}$ | ④ $1.27 \times 10^{-31} \text{ eV}$ |
| ⑤ $3.10 \times 10^{-11} \text{ eV}$ | ⑥ $3.10 \times 10^{-9} \text{ eV}$ | ⑦ $3.10 \times 10^{-7} \text{ eV}$ | ⑧ $3.10 \times 10^{-5} \text{ eV}$ |
| ⑨ $4.97 \times 10^{-4} \text{ eV}$ | ⑩ $4.97 \times 10^{-2} \text{ eV}$ | ⑪ 4.97 eV | ⑫ $4.97 \times 10^2 \text{ eV}$ |

- (2) 1.5 V の電位差で加速された電子の波長として最も適切なものを，下の①～⑧のうちから 1 つ選べ． A2

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ① 1.00 pm | ② 1.42 pm | ③ 1.52 pm | ④ 4.38 pm |
| ⑤ 1.00 nm | ⑥ 1.42 nm | ⑦ 1.52 nm | ⑧ 4.38 nm |

- (3) 仕事関数 4.26 eV の銀に対し，光電効果が得られる，照射する光の最長の波長として最も適切なものを，下の①～⑧のうちから 1 つ選べ． A3

- | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| ① 124 nm | ② 292 nm | ③ 467 nm | ④ 530 nm |
| ⑤ 124 μm | ⑥ 292 μm | ⑦ 467 μm | ⑧ 530 μm |

2. 水素類似原子の波動関数に関連する以下の記述 $a \sim e$ には 誤っているものが2つ ある。
その組み合わせを、下の①～⑩のうちから1つ選べ。 A4

- a 波動関数は電子の確率分布を求める元の式なので、分布関数とも呼ばれる。
- b 主量子数 n は正の整数値をとる。
- c 方位量子数 $l=0, 1, 2, 3$ に相当する殻は、それぞれ K 殻, L 殻, M 殻, N 殻と呼ばれる。
- d 方位量子数 $l=2$ であるとき、磁気量子数 m_l は $0, \pm 1, \pm 2$ をとる。
- e 核からの距離に対する電子の動径分布関数を考えるとき、1s 軌道ではボーア半径で最大値をとる。

- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ① a と b | ② a と c | ③ a と d | ④ a と e | ⑤ b と c |
| ⑥ b と d | ⑦ b と e | ⑧ c と d | ⑨ c と e | ⑩ d と e |

3. 図1に、第1～第3周期の元素（H～Cl）の第1，第2および第3イオン化エネルギーを示す．この図に示す範囲内の原子に対するイオン化エネルギーに関連する次の記述 $a \sim e$ には正しいものが2つある．最も適切な組み合わせを，①～⑩のうちから1つ選べ．

A5

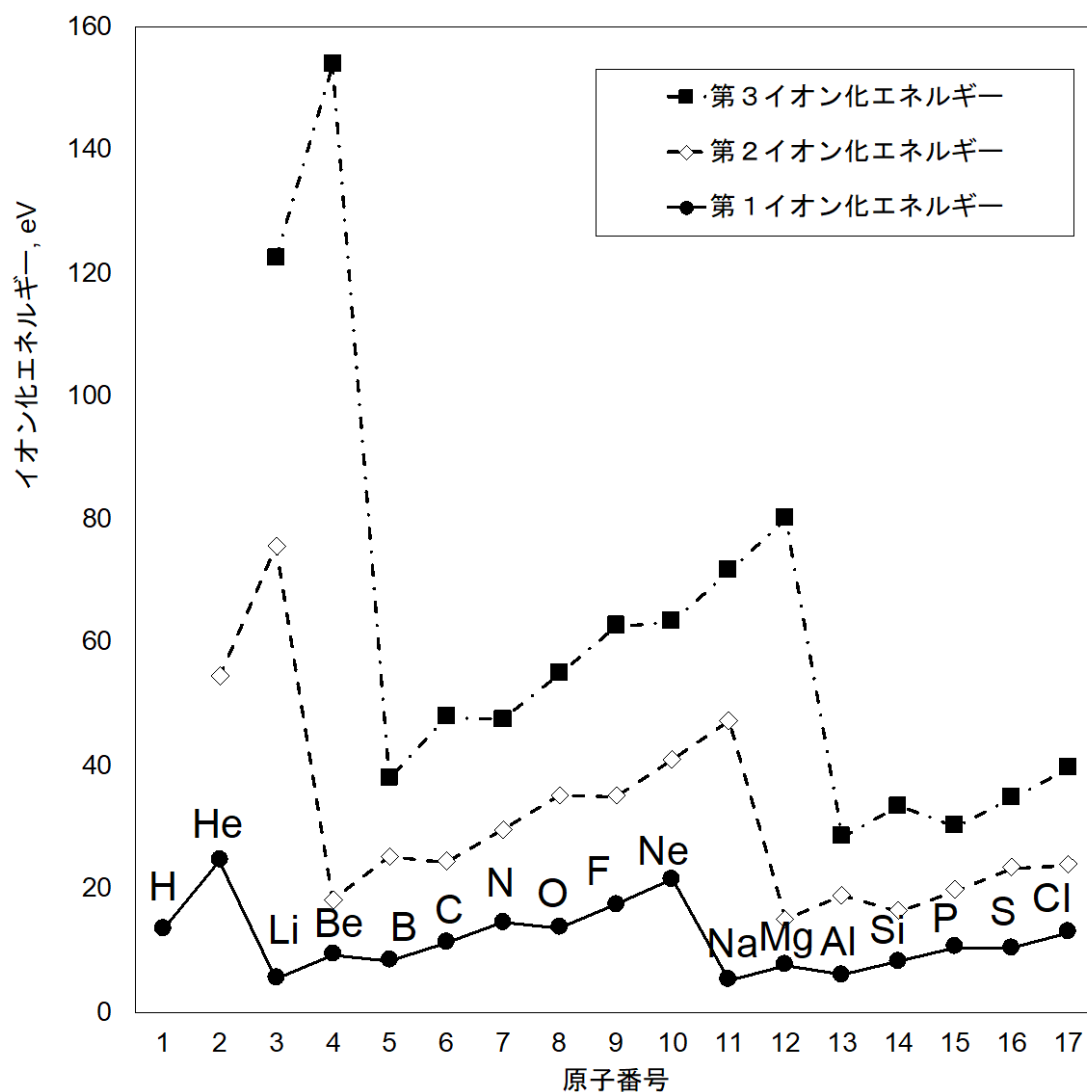


図1 イオン化エネルギー

- a* 水溶液中で単独の中性原子から 1 個の電子を取り去るのに必要なエネルギーを、第 1 イオン化エネルギーという。
- b* **Be** 原子や **Mg** 原子が隣接する元素に比べて第 1 イオン化エネルギーが高いのは、最外殻の *s* 軌道に 2 個の電子が入り原子が安定化されているためである。
- c* **N** 原子や **P** 原子が隣接する元素に比べて第 1 イオン化エネルギーが高いのは、パウリの排他原理に従い、最外殻の *p* 軌道が 1 個ずつの電子で満たされるためである。
- d* どの原子でも高次のイオン化エネルギーは第 1 イオン化エネルギーよりも増大する。特に急激な増加を示すのは、いずれも電子配置が希ガス配置に達した原子から、さらに 1 つの電子を取り去る時である。
- e* 希ガスを除く原子に対し、最外殻電子は直接または間接的に化学結合に参加できるので非局在性電子という。

- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| ① <i>a</i> と <i>b</i> | ② <i>a</i> と <i>c</i> | ③ <i>a</i> と <i>d</i> | ④ <i>a</i> と <i>e</i> | ⑤ <i>b</i> と <i>c</i> |
| ⑥ <i>b</i> と <i>d</i> | ⑦ <i>b</i> と <i>e</i> | ⑧ <i>c</i> と <i>d</i> | ⑨ <i>c</i> と <i>e</i> | ⑩ <i>d</i> と <i>e</i> |

4. N 原子と NH_3 分子に関連する以下の設問(1)～(4)に答えよ.

(1) N 原子の不対電子の数として最も適切な数値を, 下の選択肢から 1 つ選べ. A6

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6 ⑦ 7 ⑧ 0

(2) NH_3 分子中の N-H 結合を形成する N 原子の混成軌道として最も適切なものを, 下の選択肢から 1 つ選べ. A7

- ① sp 軌道 ② sp^2 軌道 ③ sp^3 軌道 ④ dsp^3 軌道 ⑤ d^2sp^3 軌道

(3) NH_3 分子中の 2 つの N-H 結合がなす角として最も近い数値を, 下の選択肢から 1 つ選べ. A8

- ① 90° ② 95° ③ 100° ④ 105° ⑤ 110° ⑥ 115° ⑦ 120° ⑧ 125° ⑨ 180°

(4) NH_3 分子は H^+ と結合して NH_4^+ になる. N-H 結合として最も適切なものを, 下の選択肢から 1 つ選べ. A9

- ① イオン結合 ② 金属結合 ③ 共有結合 ④ 水素結合

5. 分子間力に関連する以下の文章を読み、設問 (1)～(4)に答えよ。

実在気体には、分子間力が作用する。分子間力は主に分子双極子間に働く静電力である。有極性分子のように、分子が本来もっている双極子を **AX** 双極子といい、無極性分子が電場の作用で生ずる一時的な双極子を **B1** 双極子という。分子間力は、**B2** 効果、**B1** 効果、**B3** 効果の3つの形態に分類される。**B2** 効果は **AX** 双極子間に働く力である。有極性分子は近傍の無極性分子を分極し、一時的な **B1** 双極子を作り出し、その結果引き合う効果を **B1** 効果という。無極性分子の電子雲のゆらぎによって一時的に電荷がかたよる。それにより生じる双極子が近傍の無極性分子に **B1** 双極子を生み出すことに起因する効果を **B3** 効果という。3つの効果による相互作用エネルギーはいずれも核間距離 r の **B4** 乗に比例し、反発エネルギーは r の **B5** 乗に比例する。分子間力は、 20 kJ mol^{-1} 程度の **B6** 結合と比べると **B7** 程度である。

- (1) **AX** ～ **B3** に当てはまる語句として最も適切なものを下の選択肢から1つずつ選べ。

- | | | | |
|------|------|------|------|
| ① 永遠 | ② 永久 | ③ 誘起 | ④ 配置 |
| ⑤ 配向 | ⑥ 凝集 | ⑦ 集合 | ⑧ 分散 |

- (2) **B4** および **B5** に当てはまる数字として最も適切なものを下の選択肢から1つずつ選べ。

- | | | | | | | | |
|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| ① 1 | ② 2 | ③ 6 | ④ 9 | ⑤ 12 | ⑥ 15 | ⑦ 18 | ⑧ 21 |
| ⑨ -1 | ⑩ -2 | ⑪ -6 | ⑫ -9 | ⑬ -12 | ⑭ -15 | ⑮ -18 | ⑯ -21 |

- (3) **B6** に当てはまる語句として最も適切なものを下の選択肢から1つ選べ。

- | | | | | |
|-------|------|------|------|------|
| ① イオン | ② 金属 | ③ 配位 | ④ 水素 | ⑤ 共有 |
|-------|------|------|------|------|

- (4) **B7** に当てはまる語句として最も適切なものを下の選択肢から1つ選べ。

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| ① 強く、 100 kJ mol^{-1} | ② 強く、 250 kJ mol^{-1} |
| ③ 弱く、 0.05 kJ mol^{-1} | ④ 弱く、 2 kJ mol^{-1} |

大問 7 (化学②)

以下の問に答えよ。空欄 **A1** ～ **C3** にあてはまる最も適切なものを、選択肢からそれぞれ1つずつ選べ。ただし、特に指定しない場合は、温度、体積、圧力をそれぞれ T , V , P で表す。同様に、内部エネルギーを U で表す。また、気体定数を $R=8.31 \text{ J/(K}\cdot\text{mol)}$ とする。

1. 系に外界から熱 $q (>0)$ が与えられ、仕事 $w (>0)$ がなされたとすると、系の内部エネルギー変化 ΔU は、次式で与えられる。

$$\Delta U = w + q \quad (1)$$

これは **A1** を数式で表したものである。体積変化 ($V_1 \rightarrow V_2$) に伴う系になされた仕事 w は、

$$w = \int_{V_1}^{V_2} \text{A2} \, dV \quad (2)$$

であるから、これを式(1)に代入すればよい。

等容変化の場合 ($dV=0$)、吸収した熱 q_V と内部エネルギー変化 ΔU の関係は、式(1),(2)より、次式となる。

$$q_V = \text{A3} \quad (3)$$

一方、圧力一定の下で熱 q_P を吸収し、体積が ΔV だけ変化するとき、

$$q_P = \Delta U + \text{A4} \quad (4)$$

すなわち、吸収した熱エネルギーは、内部エネルギーの増加分と体積膨張によって外界になした仕事分 ($-w$) に配分される。

次に、熱力学的な状態量エンタルピー H を、以下の式で定義する。

$$H = U + PV \quad (5)$$

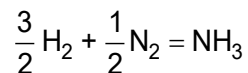
系内で体積変化を伴う化学反応が進行する場合、反応のエンタルピー変化 ΔH は、

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) \quad (6)$$

となる。ただし、液相反応や固相反応では体積の変化がごくわずかであるため、通常これを無視して $\Delta H \simeq \Delta U$ とおくことができる。しかし、気体に関係する等温、等圧反応で体積変化が大きいときは、理想気体の場合、反応に伴う気体の物質量変化を Δn として、次式が得られる。

$$\Delta H = \Delta U + \boxed{\text{A5}} \quad (7)$$

以下のアンモニア生成反応の内部エネルギー変化 ΔU は、298 K で -43.5 kJ/mol である。



この場合の ΔH は、式(7)より $\boxed{\text{A6}}$ kJ/mol となる。

(1) $\boxed{\text{A1}}$

- ① 熱力学第一法則 ② 熱力学第二法則 ③ 熱力学第三法則

(2) $\boxed{\text{A2}}$ ～ $\boxed{\text{A5}}$

- ① w ② $-w$ ③ q ④ $-q$
- ⑤ P ⑥ $-P$ ⑦ ΔU ⑧ $-\Delta U$
- ⑨ PV ⑩ $-PV$ ⑪ $P\Delta V$ ⑫ $-P\Delta V$
- ⑬ RT ⑭ $-RT$ ⑮ $(\Delta n)RT$ ⑯ $-(\Delta n)RT$
- ⑰ $\frac{(\Delta n)RT}{V}$ ⑱ $-\frac{(\Delta n)RT}{V}$

(3) $\boxed{\text{A6}}$

- ① -2.5 ② 2.5 ③ -38.5 ④ 38.5
- ⑤ -41.0 ⑥ 41.0 ⑦ -46.0 ⑧ 46.0
- ⑨ -48.5 ⑩ 48.5

2. 液相－気相平衡について考える．二硫化炭素とベンゼンはどんな割合でも均一に混合するが，混合溶液の沸点は混合比によって変わる．図 1 (a)は，この 2 成分系の圧力を 1 atm に保った時の状態図である．上側の線は気相線（**A7** 曲線），下側の線は液相線（**A8** 曲線）である．いま， X の組成を持つ a_X の状態の混合溶液を加熱していくと，液相線と交わる温度 T_X で沸騰が始まる．その時の蒸気の組成は Y で示され，これは **A9** に富む． b_Y 点の蒸気を取り出し冷却すると T_Y で沸騰する液体が得られ，これを蒸留すると，さらに **A9** を多く含む液体 Y' が得られる．このようにして溶液の初留分を段階的に蒸留し続けると，最終的に純粋な **A9** が得られる．このような操作を **AX** という．

成分 A, B の組み合わせによっては，図 1 (b), (c)のように極大や極小の沸点を示す場合がある．このような 2 成分系では，どのような混合比でも蒸留を続けると，最後に極値 M 点に達する．原料溶液の B 成分のモル分率が極値の左側にあるとき，**AX** によって成分 **B1** と組成 M の溶液に分けることができる．しかし，M 点では蒸気の組成と溶液の組成が等しいので，**AX** の効果がなくなる．この M 点の組成を持つ溶液を **B2** という．

例えば，水 (A) とエタノール (B) の組み合わせの状態図は **B3** 沸点型であり，低濃度 (<M 点の組成) のエタノール水溶液は，**AX** によって濃縮できるが，最高濃度は M 点の組成までで，それ以上にするには別の方法が必要となる．そのため，ガソリン添加用の高純度バイオエタノールの製造は容易ではなく，普及の課題となっている．

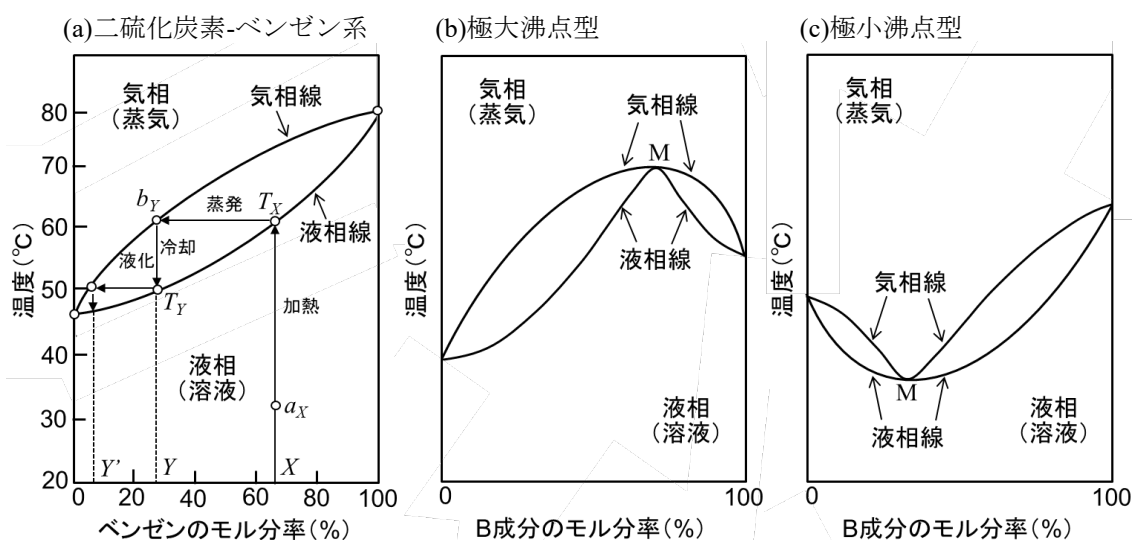


図 1 2 成分系の状態図

A7 ~ **B3**

- | | | | |
|---------|--------|---------|--------|
| ① 凝縮 | ② 沸点 | ③ 凝固 | ④ 融解 |
| ⑤ 昇華 | ⑥ ベンゼン | ⑦ 二硫化炭素 | ⑧ A |
| ⑨ B | ⑩ 共融点 | ⑪ 共融混合物 | ⑫ 共沸点 |
| ⑬ 共沸混合物 | ⑭ 分別蒸留 | ⑮ 減圧蒸留 | ⑯ 分子蒸留 |
| ⑰ 水蒸気蒸留 | ⑱ 極大 | ⑲ 極小 | |

3. 電解質水溶液の特徴について考える．酸・塩基，あるいは塩を溶かした水溶液は電気伝導性を示す． **B4** は，この現象を説明するために，正または負の電荷をもつ粒子を考え，それをイオンと名づけた．アノード（陽極）に向かって移動するイオンを **B5** ，カソード（陰極）に向かって移動するイオンを **B6** と呼んだ． **B4** は，イオンは電圧をかけて初めて生成すると考えたが，イオンの由来については明確な説明を与えることができなかった．

B7 は，電解質水溶液中に，活性分子と不活性分子の 2 種類の溶質分子の存在を仮定した．活性分子は， **B5** と **B6** に分かれる．また，活性分子と不活性分子の割合は，電解質の種類によって異なり，濃度が **B8** にしたがって活性分子が増えるとした．この考えは **B7** の電離説と呼ばれている．

B9 は，電解質水溶液の浸透圧 Π が理想溶液の浸透圧の式から大きくはずれることに対し，電解質の濃度を $C [\text{mol/m}^3]$ として，

$$\Pi = i \text{ **BX** }$$

の式を与えた． i は **B9** 係数と呼ばれる補正因子で，一般に 1 より大きな値を示す．

いま， m 個の溶質分子を水に溶かすとき， 1 個の分子が x 個のイオンに解離するとする．全分子のうち，解離する分子の割合を解離度 α とすると，未解離分子の数は **C1** ，解離によって生じるイオンの数は **C2** である．従って，

$$i = \frac{\text{**C1**} + \text{**C2**}}{m}$$

これより， α は以下の式で表される．

$$\alpha = \text{**C3**}$$

係数 i は浸透圧を測定する実験によって求めることができるので，上式を用いて α の値を算出できる．

(1) **B4** ～ **B9**

- | | | | |
|----------|------------|---------|-------|
| ① オストワルド | ② ファント・ホッフ | ③ ファラデー | ④ ルイス |
| ⑤ アレニウス | ⑥ コールラウシュ | ⑦ ヒュッケル | ⑧ デバイ |
| ⑨ アニオン | ⑩ カチオン | ⑪ 上がる | ⑫ 下がる |

(2) **BX** ～ **C3**

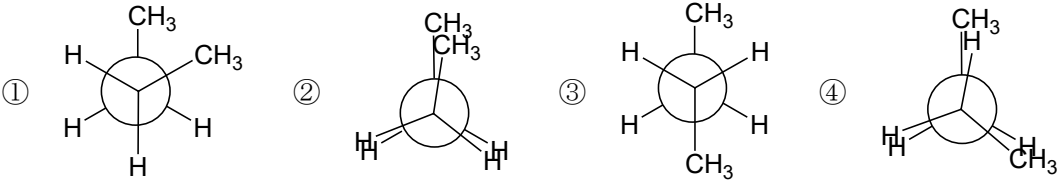
- | | | | |
|-----------------|-----------------|---------------------|---------------------|
| ① CT | ② CRT | ③ RT | ④ $(1-\alpha)$ |
| ⑤ $m(1-\alpha)$ | ⑥ $x(1-\alpha)$ | ⑦ $(1-m)$ | ⑧ $\alpha(1-m)$ |
| ⑨ $x(1-m)$ | ⑩ $(1-x)$ | ⑪ $\alpha(1-x)$ | ⑫ $m(1-x)$ |
| ⑬ αm | ⑭ xm | ⑮ αx | ⑯ $x\alpha m$ |
| ⑰ $i-1$ | ⑱ $x-1$ | ⑲ $\frac{x-1}{i-1}$ | ⑳ $\frac{i-1}{x-1}$ |

大問 8 (化学③)

1. 以下の①～④のニューマン投影式で示されるブタンの配座異性体のうちから、下記の(1)～(4)にあてはまるものをそれぞれ1つ選べ.

- (1) 最もエネルギーが低いもの.
 (2) 2番目にエネルギーが低いもの.
 (3) 最もエネルギーが高いもの.
 (4) 2番目にエネルギーが高いもの.

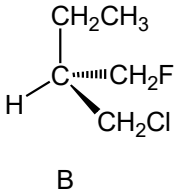
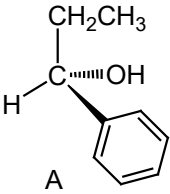
A1
A2
A3
A4



2. 下記の(1), (2)の化合物 A, B および C, D の立体配置として正しい組み合わせを、①～④のうちからそれぞれ1つ選べ.

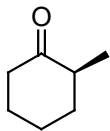
(1)

A5

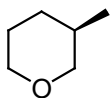


- ① 化合物 A が S 体, 化合物 B が S 体
 ② 化合物 A が S 体, 化合物 B が R 体
 ③ 化合物 A が R 体, 化合物 B が S 体
 ④ 化合物 A が R 体, 化合物 B が R 体

(2) A6



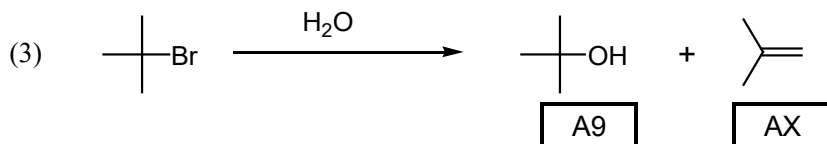
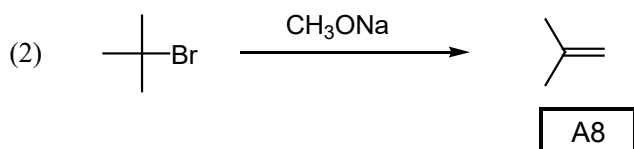
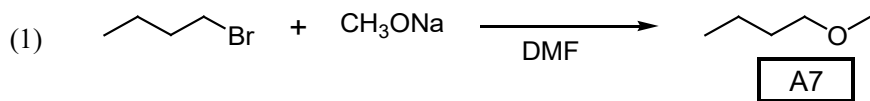
C



D

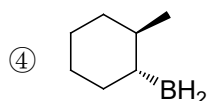
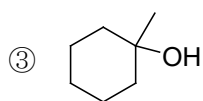
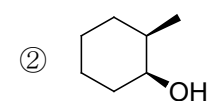
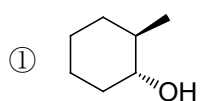
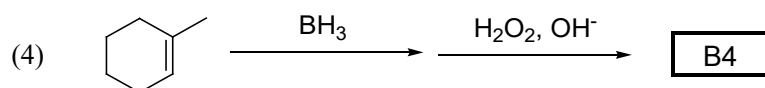
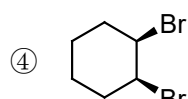
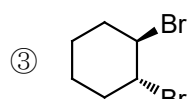
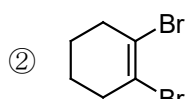
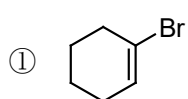
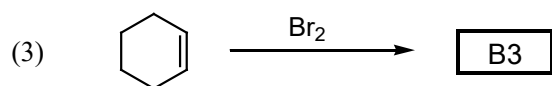
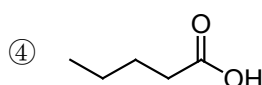
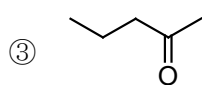
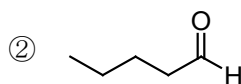
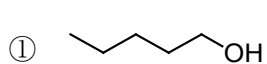
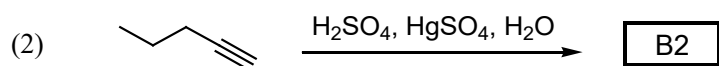
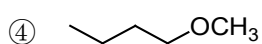
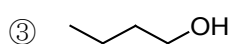
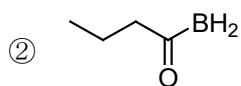
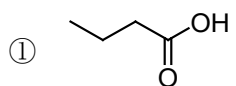
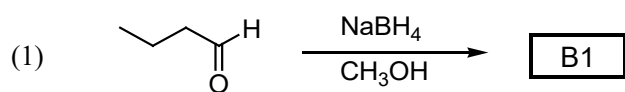
- ① 化合物 C が *S* 体, 化合物 D が *S* 体
- ② 化合物 C が *S* 体, 化合物 D が *R* 体
- ③ 化合物 C が *R* 体, 化合物 D が *S* 体
- ④ 化合物 C が *R* 体, 化合物 D が *R* 体

3. 下記の(1)~(3)の反応の生成物が生成した反応様式を, ①~④のうちからそれぞれ1つ選べ.

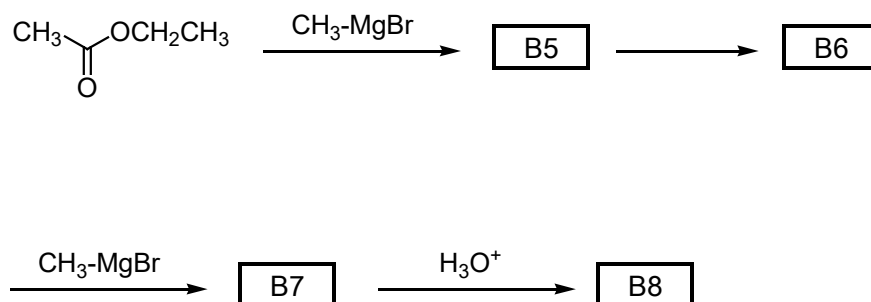


- ① S_N1 反応
- ② S_N2 反応
- ③ E1 反応
- ④ E2 反応

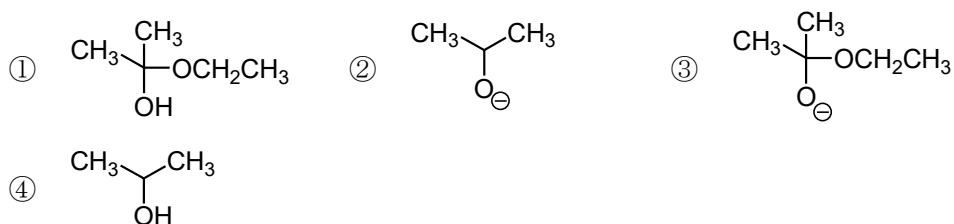
4. 下記の(1)～(4)の反応の主生成物を、①～④のうちから1つずつ選べ.



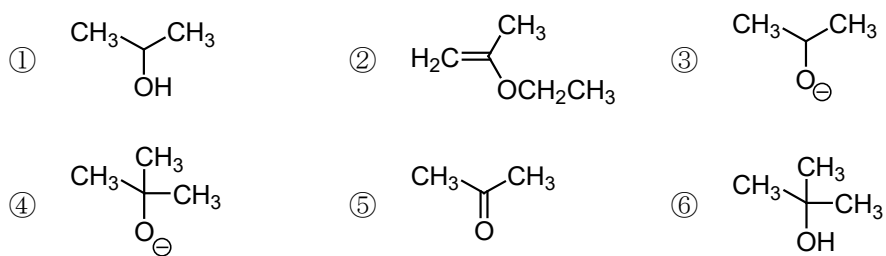
5. 下記の式は、エステルと Grignard 試薬の反応の反応機構を示したものである。
 空欄 **B5** ～ **B8** にあてはまる適切な化学構造を、それぞれ 1 つずつ
 該当する選択肢から選べ。



B5 の選択肢



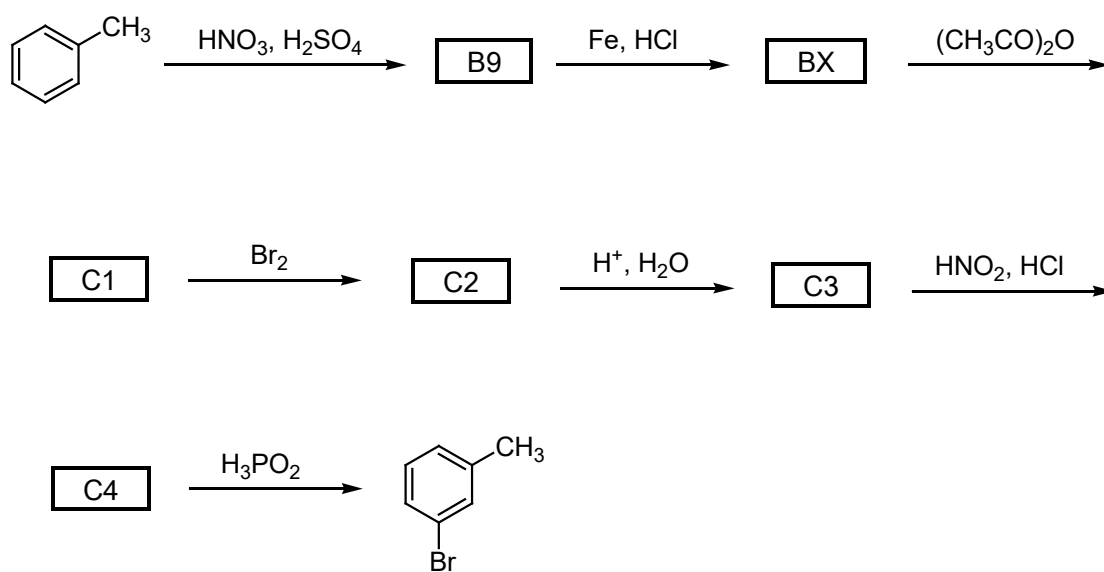
B6 ～ **B8** の選択肢

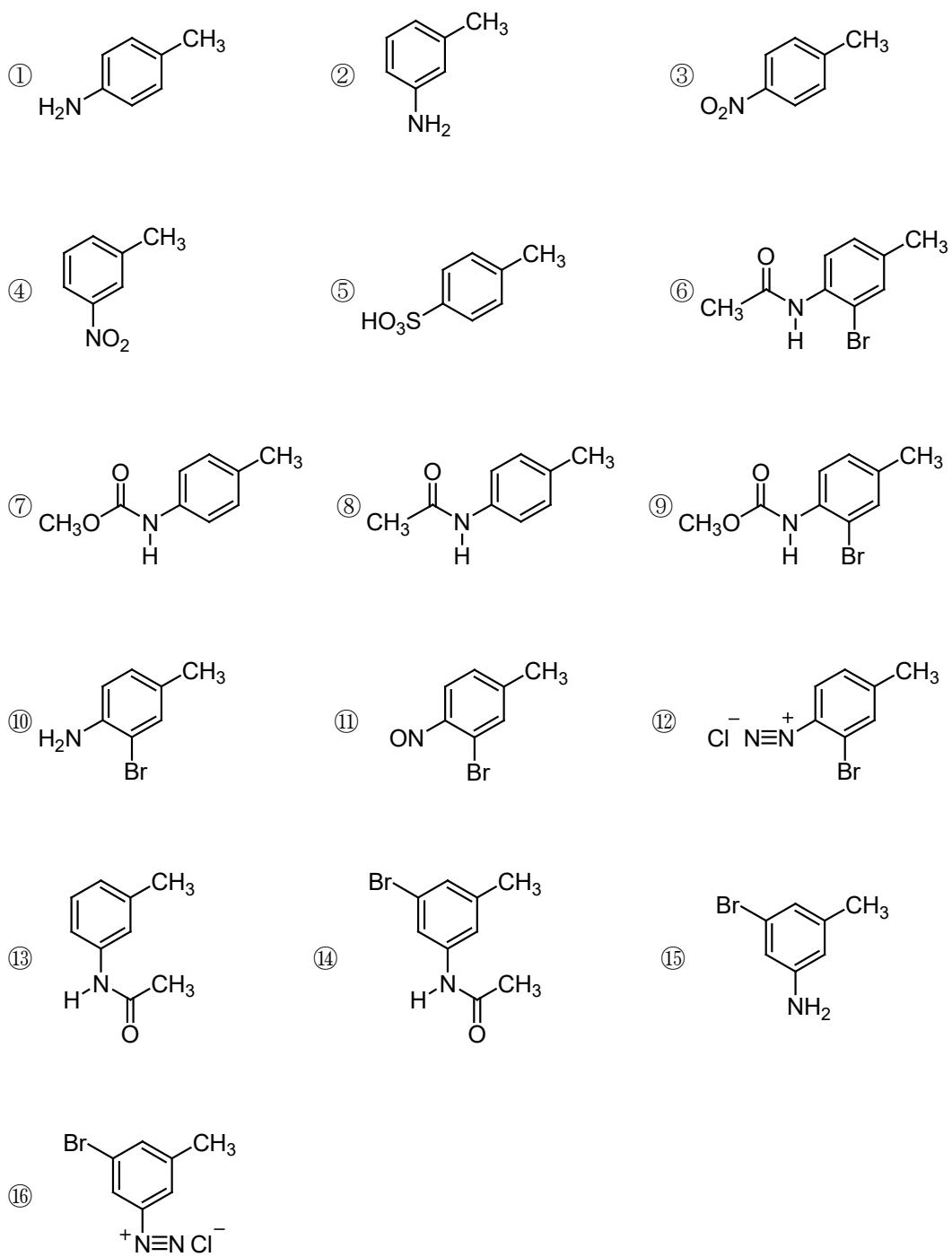


6. 下記の式はトルエンから *m*-ブロモトルエンの合成経路である.

空欄 B9 ~ C4 にあてはまる最適な化学構造式を, それぞれ 1 つずつ

①~⑯のうちから選べ. なお, 多置換ベンゼンの位置異性体は分離できるものとする.





＜試験を終えた学生のみなさんへ＞

統一テストは入学試験や定期試験のように合否を決める試験ではありません。あくまでも、本学工学部の 1 年次を終了した学生であれば身に付けておいて欲しい数学・物理学・化学の基礎学力を測る試験です。つまり、出題された問題は全て、学生のみなさんに出来て欲しいものばかりです。分からなかった問題について、また、選択しなかった問題についても、教科書等を見ながら再度考えてみてください。統一テストを受験することにより、そして試験成績を知ることにより、自分自身の理数系基礎学力を客観的に振り返り、次の学習へと役立てることを期待しています。

＊統一テストの内容に関する意見を工学教育院の問合せメールアドレスにお寄せください。

工学教育院 HP <http://www.iee.eng.tohoku.ac.jp/>

問合せメールアドレス eng-edu@grp.tohoku.ac.jp