【解答の際の注意】有効数字について（significant figures）

物理量の数値を答える問題では有効数字を考慮して解答すること．ただし本書では、問題文からは有効数字が明確でない場合には，有効数字 2 桁で答えるようにしてください．また題意から有効数字の桁数(number of significant digits)を予想できるものもあります．例えば気圧の高度による違いを知るために高度が 0m と 100m の気圧はそれぞれ何ヘクトパスカルか，と問われれば 4 桁の数値が必要になります．

将来、精度を重視した計算をする場合は次の 5 点に注意して対応する必要があります。

[1] 例えば 300，-23456，0.0023，-40.000000 について，それぞれ有効数字の桁数（有効桁数）は 3 桁，5 桁，2 桁，8 桁である．指数表記の場合は，0.37×10^{5}，-0.8300×10^{-9}，2.99792×10^{8} の有効数字はそれぞれ 2 桁，4 桁，6 桁である．有効数字の一番下の桁の数字はさらに 1 桁下の数字を四捨五入した値を意味し，一番下の位の数字はより精度の高い数値と比べれば±1変化しうる．また実験的に得られた数値は複数回測定値の平均値や正規分布の中心値等を意味するため一番下の位の数字の変動幅は 1 より大きい場合がある．

補足）長さ 300 m と記載したときの数値 300 は整数表記ではあるが小数点以下を略した実数の意味である．通常は 3 桁の有効数字とみなすが，一の位と十の位の 0 は四捨五入された場合もあるため有効数字 1 桁の場合や有効数字が 2 桁の場合が含まれる．そのため精確に有効数字 2 桁で表記する際は指数表記 3.0×10^{2} とする．多くの書籍では精確な表記が省略される場合がしばしば見られるが、精密な計算の場合は指数表記を使用すると良い．

[2] 一番上の位の数字が 1 の場合は注意が必要である．例えば気圧が 1013 hPa と記されていれば，通常は有効数字 4 桁として扱うが，誤差は ~1 hPa であるから相対誤差が ~1/1013 である．有効数字 3 桁で書かれた低気圧 981 hPa の誤差も ~1 hPa であるからその相対誤差は ~1/981 であり，1013 hPa の相対誤差とほぼ同じである．つまりある数値の一番上の位の数字が 1 の場合は，相対誤差を考慮して有効数字桁数を見かけの桁数より 1 つ下げて扱う必要がある．一番上の位の数字が 2 以上であれば通常通りの有効桁数でよい．市販されている電圧等のデジタル計測器の表示 digits が 6 桁であっても一番上の位の最大数が 1 の場合，その測定器の有効桁数が 5 1/2 桁と表記されることもある．

補足） 例えば，$4.3\times0.23 = 0.989$ の場合，4.3 も 0.23 も有効数字 2 桁なので結果は 0.99 となる．ところが，$4.4\times0.23 = 1.012$ の場合も有効数字 2 桁の計算なので，1.0 と答えたいところだが，それぞれの相対誤差を 1/44 と 1/23 として考えれば，数理統計学で学ぶように上記 2 つの値の積の相対誤差は

$[(1/44)^{2} + (1/23)^{2}]^{0.5} = 0.049$ となり，誤差は $1.012\times0.049 = 0.050$ となるから，誤差を含めた結果は 1.01 ± 0.05 である．これは 0.96 ~ 1.06 と幅があるため答えは 1.0 で良いように見えるが誤差は 0.1 の半分の 0.05 であるから与えられた数値の精度を見捨てないために 1.01 を答えとする．これは変動の中心値と考えればよい．誤差を含めた数値表記

4.40±0.04，0.23±0.01 が与えられている場合，有効桁数を 1 桁上げた計算の結果は 1.012±0.045 となるが，実質の有効数字は 1.01 である．

[3] 問題文に，答えの有効数字の指定があれば，解答は有効数字より 1 桁多い計算をしたうえで一番下の桁の数字を四捨五入して決める．問題文に答えの有効数字の記載がない場合は、問題文中に与えられた複数の数値のそれぞれの有効数字を確かめ，問題を解く際に使用する式に与えられた数値を代入することで有効数字が何桁になるかが決まる．例えば数値を代入した式が $1.2+2$ の場合，2 の有効桁数が 1 桁であるため小数点以下が不明となり和は有効数字 1 桁の 3 となる．$1.200+0.0025$ の場合の答えは 1.203，$1.2+0.0025$ の場合の答えは 1.2 となる．$1.200 + 0.25$ の場合は 1.45 となる．つまり複数の小数の和や差の場合は最下位の桁がもっとも小数点に近い数値の有効数字に合わせることになる．

[4] 乗除算の場合，例として 1.200×0.0025 は小さいほうの有効数字桁数で決まり 0.0030 となる．

[5] 一方で円周率 π や整数の平方根や重力加速度等の既知の数値の場合は，問題で与えられた数値の有効数字より 1 桁多い有効桁数で式に代入して計算を行う．対数や指数等の様々な関数の使用や積分や微分を行う場合，独立変数やパラメータの有効数字が結果の有効数字桁数となる．